

PRÁCTICO 4

1- En cada uno de los siguientes casos verificar que el polinomio dado es el polinomio de Mac Laurin asociado a la función f.

$$a) f(x) = \frac{1}{1-x} \Rightarrow P_n(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$$

$$b) f(x) = L(1+x) \Rightarrow P_n(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$$

$$c) f(x) = \text{sen}(x) \Rightarrow P_{2n+1}(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$d) f(x) = \text{cos}(x) \Rightarrow P_{2n}(x) = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

2- Si f es una función que tiene derivada cuarta en algún entorno de 0 y

$P_3(x) = 1 - 8x^2 + 5x^3$ es el polinomio de Mac Laurin de orden 3 de f; hallar $f(0)$, $f'(0)$, $f''(0)$ y $f'''(0)$.

3- Escribir el desarrollo de Mac Laurin de orden de:

$$a) f(x) = e^{x^2} \quad b) f(x) = L\left(1 + \frac{x^2}{2}\right) \quad c) f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$d) f(x) = \text{cos}x^2 \quad e) f(x) = \frac{1}{1-x^3}$$

3- Calcular los siguientes límites, usando polinomio de Mac Laurin:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{sen}(x)}{x^3} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^\alpha}; \text{ discutir según } \alpha \in \mathbb{R} \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - L(1+x)}{x^2}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{L(1+x) - \text{sen}(x)}{x^2 + 4x^3} \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x) - x \text{cos}(x)}{x^\alpha} \quad \alpha \in \mathbb{R}^+$$

- 4- a) Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden 8 de $\text{sen}(x)$.
 b) Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden n de $\text{sen}(x)$, de $\text{cos}(x)$
 c) Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden n de e^x .
 d) Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden n de $L(1+x)$

- 5- a) Aproximar e con error menor a 10^{-5} .
 b) Aproximar $\sqrt[3]{e}$ con error menor a 10^{-4} .
 c) Usando el desarrollo de $\text{sen}(x)$ de orden 8, calcular $\text{sen}(1)$ y verifica que el error cometido es menor a $3 \cdot 10^{-6}$
 d) Aproximar $\text{sen}(0,5)$ con error $< 0,0002$
 d) Usando el desarrollo de Mac Laurin de $L(1+x)$, calcular $L(4/3)$ con error menor a 0,001. Comparar el resultado con el obtenido en la calculadora. Aproxima el mismo valor con error menor a 0,0001.

6- Consideremos la función: $f(x) = e^x - x - 2 + \text{cos}x - \frac{x^3}{6}$

a) Encontrar el polinomio de Mac Laurin de orden 4 de f.

b) Calcular, discutiendo según $\alpha \in \mathbb{R}^+$: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$