

## PRÁCTICO 4

1- En cada uno de los siguientes casos verificar que el polinomio dado es el polinomio de Mac Laurin asociado a la función f.

$$a) f(x) = \frac{1}{1-x} \Rightarrow P_n(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$$

$$b) f(x) = L(1+x) \Rightarrow P_n(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$$

$$c) f(x) = \text{sen}(x) \Rightarrow P_{2n+1}(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$d) f(x) = \text{cos}(x) \Rightarrow P_{2n}(x) = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

2- Si f es una función que tiene derivada cuarta en algún entorno de 0 y

$P_3(x) = 1 - 8x^2 + 5x^3$  es el polinomio de Mac Laurin de orden 3 de f; hallar  $f(0)$ ,  $f'(0)$ ,  $f''(0)$  y  $f'''(0)$ .

3- Escribir el desarrollo de Mac Laurin de orden de:

$$a) f(x) = e^{x^2} \quad b) f(x) = L\left(1 + \frac{x^2}{2}\right) \quad c) f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$d) f(x) = \text{cos}x^2 \quad e) f(x) = \frac{1}{1-x^3}$$

3- Calcular los siguientes límites, usando polinomio de Mac Laurin:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{sen}(x)}{x^3} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^\alpha}; \text{ discutir según } \alpha \in \mathbb{R} \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - L(1+x)}{x^2}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{L(1+x) - \text{sen}(x)}{x^2 + 4x^3} \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x) - x \text{cos}(x)}{x^\alpha} \quad \alpha \in \mathbb{R}^+$$

- 4- a) Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden 8 de  $\text{sen}(x)$ .  
 b) Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden n de  $\text{sen}(x)$ , de  $\text{cos}(x)$   
 c) Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden n de  $e^x$ .  
 d) Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden n de  $L(1+x)$

- 5- a) Aproximar e con error menor a  $10^{-5}$ .  
 b) Aproximar  $\sqrt[3]{e}$  con error menor a  $10^{-4}$ .  
 c) Usando el desarrollo de  $\text{sen}(x)$  de orden 8, calcular  $\text{sen}(1)$  y verifica que el error cometido es menor a  $3 \cdot 10^{-6}$   
 d) Aproximar  $\text{sen}(0,5)$  con error  $< 0,0002$   
 d) Usando el desarrollo de Mac Laurin de  $L(1+x)$ , calcular  $L(4/3)$  con error menor a 0,001. Comparar el resultado con el obtenido en la calculadora. Aproxima el mismo valor con error menor a 0,0001.

6- Consideremos la función:  $f(x) = e^x - x - 2 + \text{cos}x - \frac{x^3}{6}$

a) Encontrar el polinomio de Mac Laurin de orden 4 de f.

b) Calcular, discutiendo según  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$