PRÁCTICO 2

1- Estudiar continuidad de las siguientes funciones y clasificar discontinuidades

$a)\ f(x)=\begin{cases}2x-1 & ,x\leq -1\\ 3x & ,-1<x<1\\ 2x+1 & ,x\geq 1\end{cases}$ $\quad b) f(x)=\begin{cases}0, & x=0\\ \dfrac{L(x^2+x+1)}{x}, & x\neq 0\end{cases}$

$c)\ f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{x^2-4}-1}{x+2}, & x>-2\\ x^2+4x, & x\leq -2\end{cases}$ $\quad d)\ f(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ 1-x, & 0<x<1\\ 1, & x\geq 1\end{cases}$

2- Discutir según $a\in R$, la continuidad de las siguientes funciones

$a)\ f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3}, & x\neq 3\\ a, & x=0\end{cases}$ $\quad b)\ g(x)=\begin{cases}\dfrac{Lx-L2}{x-2}, & x>2\\ x^2+a, & x\leq 2\end{cases}$

$c)\ h(x)=\begin{cases}x^2+1, & x\leq 0\\ x+a, & x>0\end{cases}$ $\quad d)\ k(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-1}{x}, & x<0\\ 2+L(a+x), & x\geq 0\end{cases}$

3- Hallar $a,b\in R$ para que las siguientes funciones sean continuas en todo R

$a)\ f(x)=\begin{cases}e^x, & x<0\\ ax+b, & 0\leq x\leq 1\\ L(x+2), & x>1\end{cases}$ $\quad b)\ g(x)=\begin{cases}sen(\pi x), & x<1\\ ax+b, & 1\leq x\leq 2\\ x^2, & x>2\end{cases}$

4- a) Estudiar continuidad de las siguientes funciones:

$$i)\ f(x)=x^2.sen\left(\frac{1}{x}\right) \qquad ii) g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{x}$$

b) Redefinir las funciones anteriores para que sean continuas en todo R.

5- a) Siendo f una función que satisface $|f(x)|\leq|x|\ \forall x\in R$. Demostrar que f es continua en 0.
b) Supóngase que g es continua en 0, $g(0)=0$ y $|f(x)|\leq|g(x)|$. Demostrar que f es cont. en 0.

6- Supóngase que f no es continua en a. Demostrar que para algún ε > 0 existen números x tan próximos como se quiera de a con $|f(x)-f(a)|>\varepsilon$. Ilústrese esto gráficamente.

7- Sea f : $\mathrm{f(x)}=2\mathrm{L|x|}-\mathrm{x}+7$. Investigar si:

a) $f([1,20])$, $f([1,2])$ y $f([-1,0))$ son conjuntos acotados. Justificar

b) Existen extremos absolutos de f en: [1,20], [1,2] c) Existe alguna raíz de f en: [1,20], [1,2], [-1,0)

d) Existe c є [1,20]/ $f(c)=2$

8- Sea f una función continua en [1,5], se sabe que $f(x)=6$ tiene como solución x=1 y x=4. Si $f(2)=8$, explique por qué $f(3)>6$.

9- a) Sea f continua en [a,b) con $f(a)<0$ y $\lim_{x\to b^-} f(x)=+\infty$. Probar que existe al menos una raíz de f en (a ,b).

b) Sea f continua en (a,b) tal que $\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty \quad \lim_{x\to b^-} f(x)=+\infty$. Probar que f admite al menos una raíz en (a,b).