PRÁCTICO 1

1- Determinar las funciones $f\circ g,\ g\circ f,\ f\circ f\ \ y\ \ g\circ g$, determinando sus dominios.

$$a)\ f(x)=6x-5 \quad g(x)=\frac{2}{x} \qquad b)\ f(x)=\sqrt{x-1} \quad g(x)=x^2-1$$

$$c)\ f(x)=\frac{1}{x^2-1} \quad g(x)=x-2 \qquad d) f(x)=\frac{1}{x-1} \quad g(x)=\frac{x-1}{x+1}$$

2- Determinar $h=f\circ g$ en los siguientes casos:

$$a)\ f(x)=\begin{cases} x^2-3, & x<0 \\ x+3, & x\geq 0\end{cases} \qquad g(x)=\begin{cases} x^2+x+3, & x<0 \\ x^2+1, & x\geq 0\end{cases}$$

$$b)\ f(x)=\frac{x+|x|}{2} \quad \forall x\in R \qquad g(x)=\begin{cases} x, & x<0 \\ x^2, & x\geq 0\end{cases}$$

3- Sea $h=f\circ g$, determinar las funciones f y g y los respectivos dominios sabiendo que:

$$a)\ h(x)=\sqrt{x^2-2x} \qquad b)\ h(x)=L(2x^3+3)$$

$$c)\ h(x)=sen\left(\frac{1}{x^2-1}\right) \qquad d)\ h(x)=e^{2x+5}-3$$

4- Calcular:

$$a)\ \lim_{x\to 1^{\pm}}\frac{x+2}{x^2-1} \quad b)\ \lim_{x\to -3^{\pm}}\frac{3x+1}{x-3} \quad c)\ \lim_{x\to 1^{\pm}}\frac{2x^2-7x+3}{x^3-2x+1}$$

5- Sean: $f(x)=\begin{cases} x-2, & x\geq 2 \\ 3x+1, & x<2\end{cases}$ $\qquad g(x)=\begin{cases} x^2, & x\geq 2 \\ x^2-7, & x<2\end{cases}$

a) ¿Existe $\lim_{x\to 2} f(x)$? ¿Existe $\lim_{x\to 2} g(x)$?

b) Hallar f+g e investigar si existe el $\lim_{x\to 2}(f+g)(x)$. El resultado hallado, ¿contradice el teorema del límite de la suma?

6- Sean: $f(x)=\begin{cases} x+1, & x>3 \\ 2x-4, & x\leq 3\end{cases}$ $\qquad g(x)=\begin{cases} x-1, & x\geq 3 \\ x^2-5, & x<3\end{cases}$

a) ¿Existe $\lim_{x\to 3} f(x)$? ¿Existe $\lim_{x\to 3} g(x)$?

b) Hallar f.g e investigar si existe el $\lim_{x\to 3}(f.g)(x)$. El resultado hallado, ¿contradice el teorema del límite del producto?

7- a) Probar que si $\lim_{x\to +\infty} f(x)=b\ ,\ b>0\ \ entonces\ \exists x_0\ \ tal\ que\ f(x)>0\ \ \forall x\geq x_0$

b) Probar que si

$f(x)\leq g(x),\ \ \forall x\geq x_0\ \ y\ \ \lim_{x\to +\infty} f(x)=+\infty, entonces\ \ \lim_{x\to +\infty} g(x)=+\infty$

8- Calcular:

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{x^3+3x^2-x}{x^2+2x} \quad b)\ \lim_{x\to -2}\frac{x^3+5x^2+8x+4}{2x^3+11x^2+20x+12} \quad c)\ \lim_{x\to \pm\infty}\frac{x^3-1}{5x^2+3x-1}$$

$$d)\ \lim_{x\to \pm\infty}\frac{-2x^2+5x-1}{x^3+3x} \quad e)\ \lim_{x\to \pm\infty}\frac{-5x^2+2x-1}{2x^4+5} \quad f)\ \lim_{x\to \pm\infty}\frac{-5x^2+3x-1}{2x^2+5}$$

9- Calcular los siguientes límites de funciones exponenciales:

$$a)\ \lim_{\substack{x\to 3^{\pm} \\ x\to \pm\infty}} e^{-\frac{2x^2}{x-3}} \quad b)\ \lim_{x\to 0^{\pm}}\frac{x+2}{e^x-1} \quad c)\ \lim_{\substack{x\to -1^{\pm} \\ x\to \pm\infty \\ x\to 0^{\pm}}}\frac{e^{\frac{2x}{x+1}}}{x} \quad d)\ \lim_{x\to 1^{\pm}} e^{\frac{1}{(x-1)^2}}$$

10- Calcular los siguientes límites de funciones logarítmicas:

$$a)\ \lim_{\substack{x\to\pm\infty\\x\to 0^+}} L\left(\frac{3x+1}{x}\right) \quad b)\ \lim_{\substack{x\to 1^\pm\\x\to -3^\pm}} L\left|\frac{x-1}{x+3}\right| \quad c)\ \lim_{x\to e^\pm}\frac{L(x)}{L(x)-1} \quad d)\ \lim_{\substack{x\to 2^\pm\\x\to 3^\pm}}\frac{e^x+x}{L|x-2|}$$

11- Calcular los siguientes límites:

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{e^{3x-1}-1} \quad b)\ \lim_{x\to 2}\frac{e^{x-1}-e}{x^2-4} \quad c)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{e^{\frac{2x}{x-1}}-e^2}{L\left(\frac{x+1}{x}\right)} \quad d)\ \lim_{x\to+\infty}(4x+1)(e^{\frac{3x}{x+2}}-e^3)$$

$$e)\ \lim_{x\to\pm\infty}\frac{L\left|\frac{x+4}{x}\right|}{e^{\frac{2}{x}}-1} \quad f)\ \lim_{x\to 2}\frac{L(x+2)-L4}{L(x^2-2)-L2} \quad g)\ \lim_{x\to\pm\infty}(x+2)L\left|\frac{x-1}{x+2}\right| \quad h)\ \lim_{x\to\pm\infty}\frac{e^{\frac{x}{x-2}}-e}{e^{\frac{4x}{x^2-1}}-1}$$

12- Calcular los siguientes límites:

$$a)\ \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x-1}}{x^2-1} \quad b)\ \lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-4x} \quad c)\ \lim_{x\to\pm\infty}\sqrt{x^2+1}\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-1}\right)$$

13- Calcular mediante un adecuado cambio de variable:

$$a)\ \lim_{x\to 0^+} xe^{\frac{1}{x}} \quad b)\ \lim_{x\to-\infty} xe^x \quad c)\ \lim_{x\to 2^-}\frac{e^{\frac{1}{x-2}}}{x^2-4} \quad d)\ \lim_{x\to 1^+} L(x-1)+\frac{1}{x-1}$$

$$e)\ \lim_{x\to 2} L|x-2|+\frac{1}{(x-2)^2}$$

14- Calcular:

$$a) \lim_{x\to 0}\frac{sen\ x}{tg\ x} \quad b)\ \lim_{x\to 0}\frac{sen^2\frac{x}{3}}{x^2} \quad c)\ \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1-cosx}} \quad d)\ \lim_{v\to\frac{\pi}{3}}\frac{1-2\cos v}{sen\left(v-\frac{\pi}{3}\right)} \quad e)\ \lim_{x\to 0}\frac{tg\ x-sen\ x}{x^3}$$

$$f)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)^{3\sec x} \qquad g)\ \lim_{x\to 0}(1+3tg^2\ x)^{ctg^2 x}$$

15- Sabiendo que: $\frac{1}{x}<f(x)<\frac{1}{\sqrt{x}}\ \ \forall x>1$, calcular: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

16- Probar que si: $|f(x)|\le x^2\ \ \forall x\in(-1,1)$ entonces $\lim_{x\to 0} f(x)=0$