PRÁCTICO 0

1- En los casos que sea posible, escribe un número x que cumpla las siguientes condiciones:

$a)\ x \in N / x \in (-2{,}1)$ $b)\ x \in Q / x \in \left(0{,}3; \frac{1}{3}\right)$

$c)\ x \in R - Q / x \in (0{,}3; \frac{1}{3})$ $d)\ x \in Z \,/\, x \in (-3{,}4; -3{,}2)$

$e)\ x \in R - Q / x \in \left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right)$ $f)\ x \in Q / x \in (3{,}14159; \pi)$

$d)\ x \in R - Q / x \in (3{,}14159; \pi)$ $h)\ x \in R - Q / (x + \sqrt{2}) \in N$

2- Resuelve en R:

$a)\ 4x - 5 < 0$ $b)\ x^2 \leq 10$ $c)\ (x+1)(1-x) \leq 0$

$d) 2x + 1 \leq x^2 + x + 1$ $e)\ 2x^2 + 11x + 15 > 0$ $f)\ (2x+3)(x^2+5) = 4x + 6$

$g) \dfrac{x-1}{x} \leq 0$ $h) 1 - \dfrac{4}{x} \leq 0$ $i) \dfrac{x+2}{x} \geq -\dfrac{1}{x^2}$

3- En los siguientes procedimientos se han cometido errores, identifícalos:

$a)\ 3x - 6 = 4x - 8$
$3(x-2) = 4(x-2)$
$3 = 4$
$S = \phi$

$b)\ x^2 + 2x > x + 2$
$x(x+2) > x + 2$
$x > \dfrac{x+2}{x+2} \quad x \neq -2$
$x > 1$
$S = \{x \in R / x > 1\}$

4- Justifica las siguientes afirmaciones:
a) La suma de un número racional y un número irracional es un número irracional.
b) El producto de un número racional distinto de cero por un número irracional, es un número irracional.
c) La suma y el producto de dos números irracionales puede ser racional o irracional.

5- Resuelve:

$a)\ |3 - x| < 3$ $b)\ |x + 2| > \dfrac{5}{4}$ $c)\ |-x^2 + 3| \leq 2$ $d)\ \left|\dfrac{1}{2}x + 7\right| > \left|\dfrac{2}{3} - x\right|$

$e)\ |2x + 1| < |x - 5|$ $f)\ |x^2 - 1| \leq |x^2 - 4|$ $g)\ |1 - x| + |2 + 3x| \geq 8$ $h) |2x - 3| > -|2 - 3x^2|$

6- Resuelve:

$a)\ 3^{x+1} = 27$ $b)\ a^{x+5} = a^{2x-3} \quad a > 0, a \neq 1$ $c) \dfrac{b}{b^{1-3x}} = b^{-2} \quad b > 0, b \neq 1$

$d)\ b^{x-3}.b^x = 1 \quad b > 0, b \neq 1$ $e)\ 3^{x-1} + 3^{x-2} = 12$ $f)\ 49^x = \dfrac{1}{7^{2x-1}}$

$g)\ a^{x^2-1} \leq a^{x-1}\ a > 1$ $h)\ a^{2x-3} > a^{x+5} \quad 0 < a < 1$ $i)\ 9^{x+1} + 3^{2x} \leq 90$

7- Resolver:

$a)\ \sqrt{a^{x+1}} = \sqrt[5]{a^3} \quad a > 0, a \neq 1$ $b)\ \sqrt[3]{b^{2x+1}}.\sqrt[3]{b^x} = \sqrt[4]{b^{-x+3}} \quad b > 0, b \neq 1$ $c)\ \dfrac{\sqrt{c^{2x}}}{\sqrt[3]{c^{-x}}} = \sqrt[6]{c^{-3x+11}} \quad c > 0, c \neq 1$

8- Resuelve:

$a)\ \log_{\frac{1}{2}} 2x \leq \log_{\frac{1}{2}}(x - 5)$ $b)\ \log_{\pi}(3x - 26) > \log_{\pi}(2x - 6)$ $c)\ \log_3(x + 5) \leq \log_9 4x$

9- Resuelve:

$a)\ 6x^3+8x^2+x-1\geq 0 \qquad b)-2x^3+5x^2-2x>0 \qquad c)\ 5x^3+2x^2-6x-1\leq 0$

10) Resuelve:

$a)\ x^4-13x^2+36\geq 0 \qquad b)\ x^4-2x^2-8<0 \qquad c)\ 4x^6-3x^3-1>0$

$d)\ (x+3)(x^4-24x^2-25)\leq 0 \qquad e)\ (x^4-7x^2-18)(x+4)^2>0 \qquad f)\ (-2x^6-12x^3+32)x^2\leq 0$

11**) Resuelve:

$a)\ 12x^4+4x^3-41x^2+4x+12\geq 0 \qquad b)\ 8x^4+14x^3-69x^2+14x+8<0$

$c)\ 4x^5-17x^4+8x^3-17x^2+4x\leq 0 \qquad d)\ 3x^6-4x^5-11x^4-8x^3-11x^2-4x+3>0$

12) Investiga si los siguientes conjuntos están acotados y si presentan máximo o mínimo:

$a)\ A=\{x\in Z\ /\ x\leq 7\} \qquad b)\ B=\left\{x\in R/x=\frac{1}{n}, n\in N^*\right\} \qquad c)\ C=(-1,1)\cup(1,\sqrt{2})\cup\{7\}$

$d)\ D=\left\{x\in N/x^2-\sqrt{17}\leq 0\right\} \qquad e)\ E=\{x\in N/2(x+1)+3>9\} \qquad f)\ F=\{x\in R/(x-2)^2>1>-2x^2-x+1\}$

13) Demuestra las siguientes proposiciones:

a) $\sum_{i=0}^{i=n} i=\frac{(n+1).n}{2}\ \ \forall n\in N$ b) $\sum_{i=0}^{i=n} 2^i=2^{n+1}-1\ \ \forall n\in N$ c) $n!>2n\ \ \forall n\in N, n\geq 4$

$d)\ (1+x)^n\geq 1+nx\ \ \forall n\in N\ con\ x\in(-1,+\infty) \qquad e)\ 3^n-1=\dot{2} \qquad f)\ 3^{2n}-1=\dot{8}$