

Primer parcial

29 de mayo de 2020

Ejercicio 1

Analiza la validez de las siguientes proposiciones. Justifica enunciando las propiedades y/o definiciones usadas en la argumentación en caso de que sea verdadera y presenta contraejemplos en caso de que la proposición sea falsa.

a- f presenta en $x = a$ un máximo relativo, entonces $f'(a) = 0$.

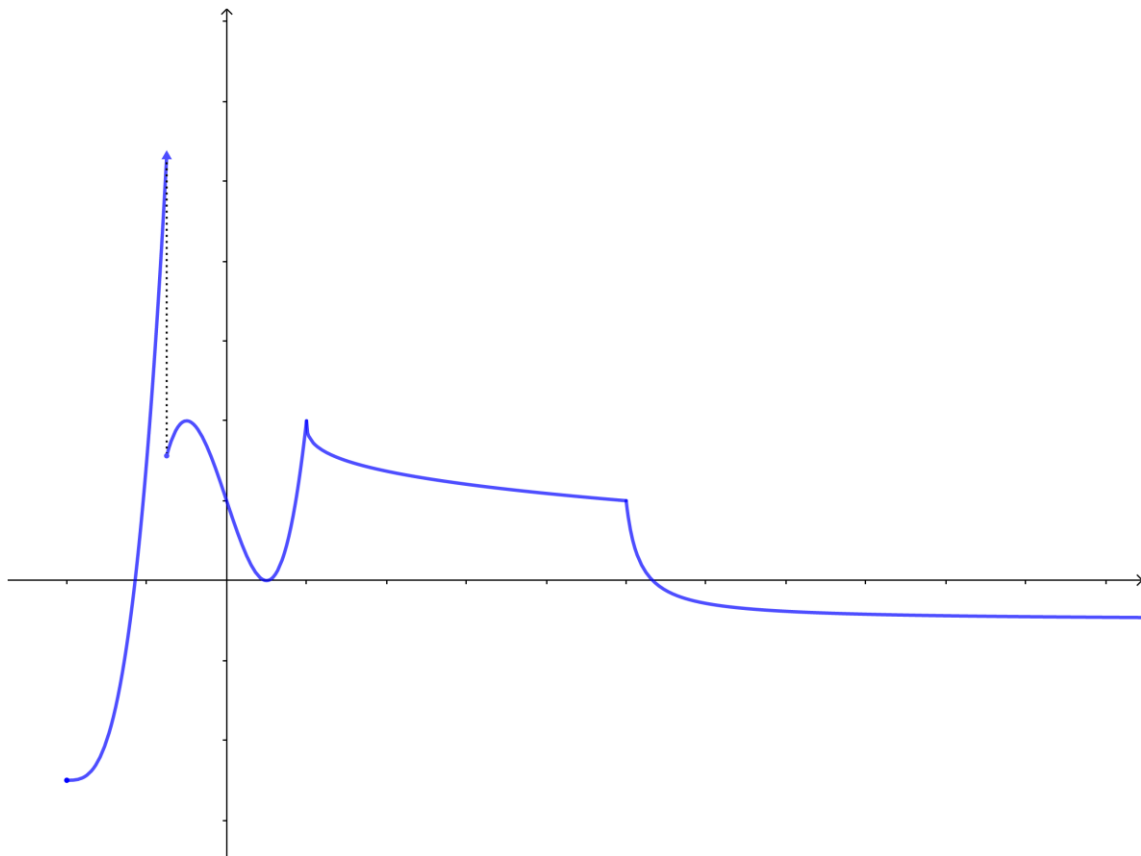
b- Sean f y g continuas en $[a, b]$ tales que $f(a) < g(a)$ y $f(b) > g(b)$ entonces $\exists x_0 \in (a, b) / f(x_0) = g(x_0)$

c- Sea $f: [3, 7] \rightarrow \mathbb{R}$, f continua en $[3, 7]$ y derivable en $(3, 7)$, $f(4) > f(7) > f(3) \Rightarrow \exists c \in (3, 7) / f'(c) = 0$

Ejercicio 2

$$\text{Se } f: A \rightarrow \mathbb{R}, A \subset \mathbb{R} / f(x) = \begin{cases} (x+4)^3 - 5 & -4 \leq x < -\frac{3}{2} \\ x^3 - 3x + 2 & -\frac{3}{2} \leq x \leq 2 \\ a - \sqrt[3]{x-2} & 2 < x < 10 \\ \frac{3}{x+b} - 1 & x \geq 10 \end{cases}$$

En la figura se muestra una representación gráfica de f .



a- Halla $a \in R, b \in R$ para que f sea continua en $x = 2$ y $x=10$.

b- Determina los conjuntos: $A = \text{dom}(f)$, $D = \text{dom}(f')$,

$B = \{a \in A / f \text{ es continua en } a\}$,

$C = \{a \in A / f \text{ presenta extremo relativo en } a\}$.

c- Demuestra que f está acotada en A . Clasifica puntos críticos y determina la existencia de extremos absolutos. Fundamenta.

d- Elige un intervalo cerrado donde puedas aplicar el teorema de Weierstrass. Explica tu elección y halla los valores mencionados en la tesis de dicho teorema.

e- Elige un intervalo cerrado incluido en R donde puedas aplicar el teorema de Rolle. Fundamenta tu elección y encuentra el valor del dominio que satisface la tesis del teorema.

f- ¿Qué subconjunto del $\text{dom}(f)$ elegirías para mostrar que el recíproco del teorema de Bolzano no es válido? Justifica tu elección.

Ejercicio 3

Una página ha de contener 300 cm² de área impresa. Los márgenes superior e inferior han de ser de 2 cm y los laterales de 1 cm. Hallar las dimensiones de aquella página que requiera una cantidad mínima de papel.

Puntaje (total 50 puntos)

Ejercicio 1 (a) 2 (b) 4 (c) 4

Ejercicio 2 (a) 3 (b) 5 (c) 6 (d) 3 (e) 5 (f) 3

Ejercicio 3 15