# Matemática 1
# Examen Diciembre

CURE

9 de Diciembre de 2020

**Indicaciones:**

- La prueba tiene una duración total de 2 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

## Problema 1 [35 pts.]

Sea la función $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ y los parámetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1-cos(\pi x)}{x-1} & \text{si} \quad x < -1 \\ (\alpha+1)x - \beta & \text{si} \quad -1 \leq x \leq 1 \\ sen(\frac{\pi}{2}x) + x^2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

(a) [10 pts.] Determine para que valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $g$ es continua. Fundamente detalladamente su resultado.

(b) [10 pts.] Estudie derivabilidad de $g$ en $\mathbb{R}$.

(c) [15 pts.] Estudie acotación de $g$ en $\mathbb{R}$ y halle, en caso de existencia, extremos absolutos.

## Problema 2 [30 pts.]

(a) [20 pts.] Clasifique las siguientes integrales y, en caso de convergencia, calcule su valor.

$$\int_1^{\infty} x.e^{-x^2} \quad dx \tag{1}$$

$$\int_1^{\infty} \frac{x^2}{x^4+5}.e^{x} \quad dx \tag{2}$$

(b) [10 pts.] Halle todas las primitivas de

$$f : f(x) = cos(x)sen(x)^2 \tag{3}$$

## Problema 3 [35 pts.]

(a) [10 pts.] Demuestre que es decreciente y acotada inferiormente la siguiente sucesión:

$$a_n = \frac{2^n}{3^n - 4} \qquad n \geq 2 \tag{4}$$

(b) [5 pts.] ¿Es convergente? Fundamente su respuesta

(c) [20 pts.] Clasifique las siguientes series. Enuncie propiedades y criterios usados.

$$\sum_{1}^{+\infty} \frac{2+5^n}{2^n} \tag{5}$$

$$\sum_{1}^{+\infty} \frac{n!}{2^{n^2}} \tag{6}$$