# Matemática 1
# Examen

CURE

9 de Febrero de 2021

**Indicaciones:**

- La prueba tiene una duración total de 2 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deber utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva.Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

## Problema 1 [27 pts.]

Sea la función $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ y el parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} e^{x-1}(x^2 + 2x) & \text{si} \quad x < 1 \\ 3 - ln(\alpha x^2 - 1) & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

(a) [12 pts.] Determine para que valores de $\alpha \in \mathbb{R}$, $g$ es continua. Fundamente detalladamente su resultado.

(b) [15 pts.] Halle, en caso de existencia, extremos relativos y absolutos de $g$ en $\mathbb{R}$, halle el conjunto $Im(g)$.Fundamente detalladamente sus resultados.

## Problema 2 [37 pts.]

(a) [15 pts.] Clasifique la siguiente integral y, en caso de convergencia, calcule su valor.

$$\int_1^{\infty} \frac{ln(x)}{x^2} \; dx \tag{1}$$

(b) [12 pts.]

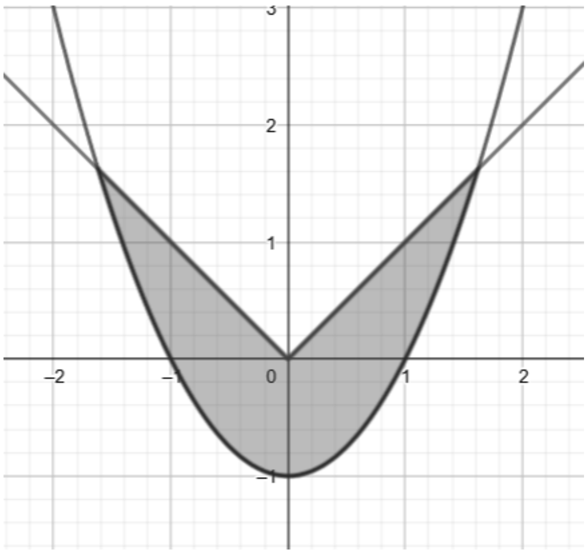
(i)[8 pts.] Hallar la derivada primera de:

$$g : g(x) = 2^{sen(\frac{cos(x)}{x})} \tag{2}$$

**(sugerencia** $e^{f'} = f'.e^f.ln(e)$)

(ii)[4 pts.] Dar 2 primitivas diferentes de $g(x)'$

(c) [10 pts.] Dados los gráficos de f (parábola) y h (dos semirectas), halle el área sombreada.




## Problema 3 [36 pts.]

(a) [26 pts.]

Dada la sucesión $(a_n)_{n \in N^*}$ tal que

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_{n+1} = \frac{a_n^2+2}{3} \qquad n \geq 2 \end{cases}$$

i[10 pts.] Demuestre que $a_n < 1$ para todo $n \geq 1$.

ii[10 pts.] Demuestre que $(a_n)$ es monótona creciente.

iii[6 pts.] Demuestre que $(a_n)$ es convergente y calcule su límite.

(b) [10 pts.]

Clasifique la siguiente serie. Enuncie propiedades y criterios usados.

$$\sum_{1}^{+\infty} \frac{2 + sen^3(n+1)}{2^n + n} \tag{3}$$