



Teoría de Circuitos 2023

Licenciatura en Ingeniería Biológica
Universidad de la República



INGENIERÍA
BIOLÓGICA





Contenido

- Presentación del curso
- Elementos de un circuito lineal
- Potencia
- Mallas y nudos: Leyes de Kirchoff
- Analogías con otros sistemas



Contenido

- **Presentación del curso**
- Elementos de un circuito lineal
- Potencia
- Mallas y nudos: Leyes de Kirchoff
- Analogías con otros sistemas



Información general

Horarios

- Teóricos y Prácticos: Lunes y Miércoles de 18:00 a 20:00 (modalidad virtual) SUJETO A CAMBIOS
- Laboratorios: Martes de 10:00 a 12:00 (Lab de medidas - IIE) ÍDEM

Docentes

- Franco La Paz (flapaz@fing.edu.uy)
- (tal vez alguien más se nos sume...)



Modalidad del curso

8 créditos

- 4 horas/semana “presenciales”
- 4 horas/semana de trabajo por parte de ustedes

Objetivos

- Manejo básico de circuitos teórico y práctico
- Análisis, síntesis y aplicaciones
- Desarrollo de las herramientas comunicacionales (filosofía de la carrera)



Modalidad del curso

Clases teórico/prácticas

- En gran parte sigue la estructura del curso “Teoría de Circuitos” de Eléctrica (ambos cursos fueron creados por Pablo Monzón)
- Asistencia semipresencial - Se recomienda fuertemente la asistencia para no perder el hilo
- Evaluación continua

Laboratorios

- Instancias presenciales (a confirmar)

Sitio oficial de comunicación

- Plataforma EVA (<https://eva.interior.udelar.edu.uy/course/view.php?id=665>)

Medios no oficiales

- Grupo de Discord



Modalidad del curso

Ganancia del curso

- Instancias de evaluación teóricas (ETs)
 - EVA Quizz
 - Evaluación oral (si llega a fallar el EVA)
- Trabajos prácticos (TPs)
 - Entregables: entrega de ejercicios individual
 - Laboratorios: Implementación de circuitos y entrega de informes, en equipos
- Puntaje final
 - $\text{Nota curso} = 0.7 * (\text{TPs}) + 0.3 * (\text{ETs})$

Para ganar el derecho a examen se exige:

1. Puntaje $\geq 25\%$ de la nota del curso
2. No más de una instancia con puntaje insuficiente ($< 25\%$)



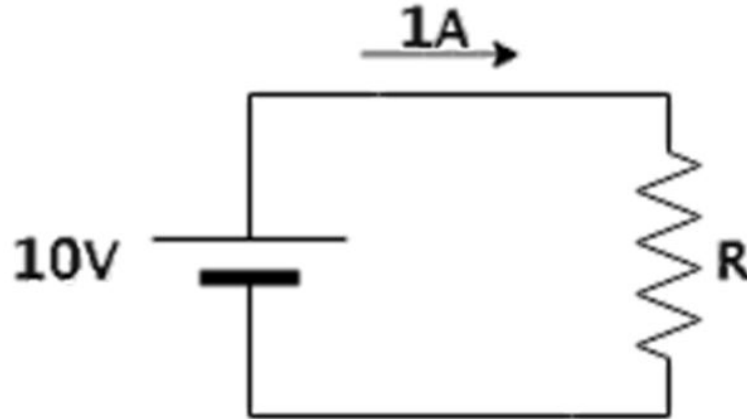
Modalidad del curso

Examen

- Proyecto final: Consiste en la ejecución grupal de la implementación de un adquisidor de una determinada señal biológica. Ej. ECG PPG, etc...
- Nota final = $0.5 \cdot \text{curso} + 0.5 \cdot \text{proyecto final}$
- Aprobación: Nota final $\geq 60\%$

Ejercicios de repaso

Hallar el valor de la resistencia R del siguiente circuito



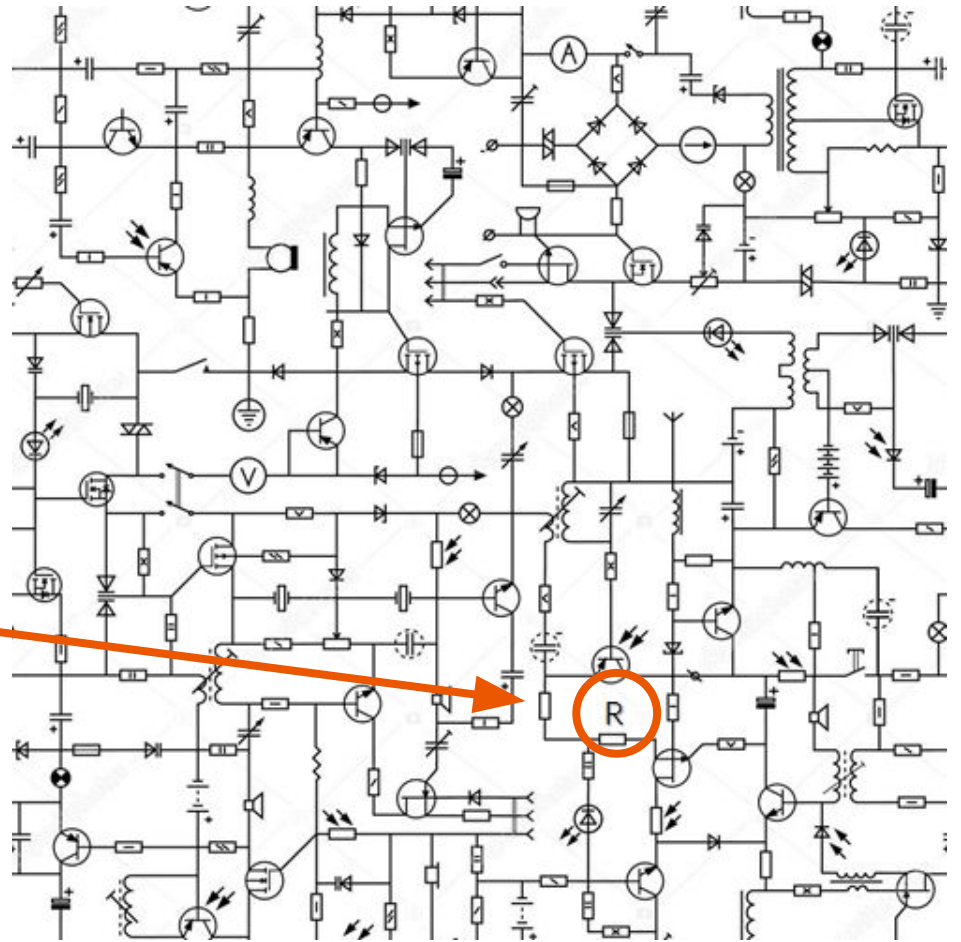
Respuesta: $R = 10 \text{ Ohm}$

Ejercicios de repaso

Ahora uno un poquito más complicado...

Hallar R

Respuesta:
Está ahí



Ejercicios de repaso

Se terminó la pavada, el curso comienza YA!



¡No se resistan!





Contenido

- Presentación del curso
- **Elementos de un circuito lineal**
- Potencia
- Mallas y nudos: Leyes de Kirchoff
- Analogías con otros sistemas



Elementos de un circuito lineal

Algunas definiciones:

Sistema: Se compone de un conjunto de elementos y relaciones entre sus objetos del tipo:

$$S: C \rightarrow C / S(A) = B \text{ con } A, B \in C.$$

Señal: Variación de una magnitud física en el tiempo (ej. voltaje $v(t)$, corriente $i(t)$, etc.).

Circuito lineal: Un circuito es un sistema en donde se relacionan señales eléctricas, en este caso, C es el conjunto de las señales eléctricas. Un circuito es lineal si cumple la siguiente relación:

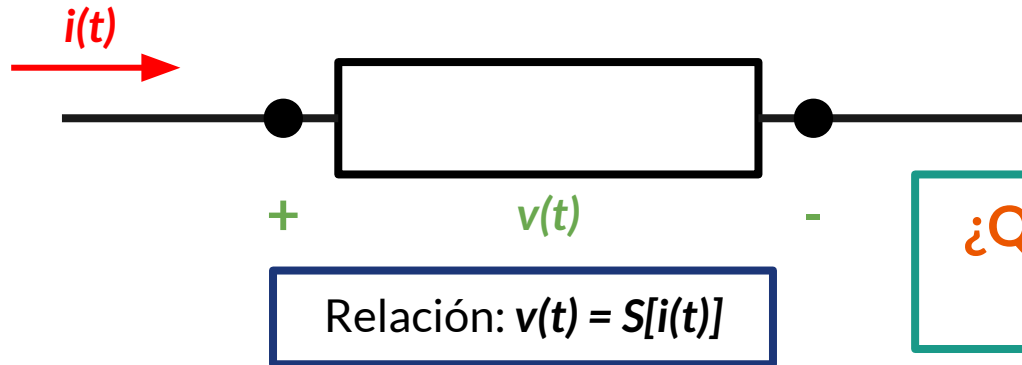
$$S(a.e_1 + b.e_2) = a.S(e_1) + b.S(e_2), \forall e_1, e_2 \text{ señales de } C \text{ y } a, b \text{ constantes del espacio } (\mathbf{R} \text{ en nuestro caso})$$

A lo largo del curso trabajaremos fuertemente con circuitos lineales y sistemas análogos.

Elementos de un circuito lineal

Los elementos de un circuito lineal representan las relaciones atómicas del sistema.

Un elemento tiene por lo general dos terminales y se describe por la relación entre la **tensión en bornes $v(t)$** y la **corriente que lo atraviesa $i(t)$** , usualmente dada por una ley física.

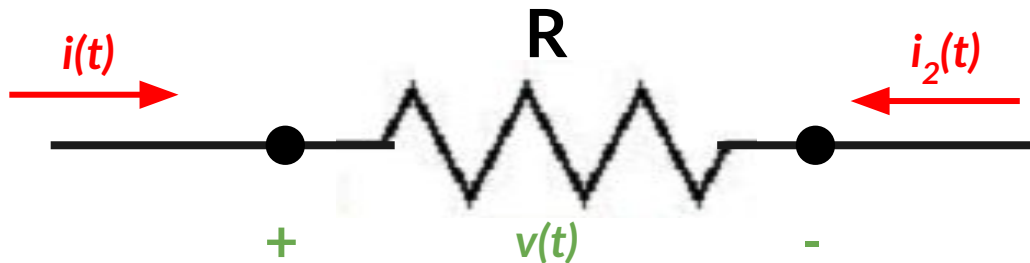


¿Qué elementos conocen?

Elementos de un circuito lineal

Resistencia: Oposición al flujo de electrones al moverse a través de un conductor.

Ley de Ohm: Cociente entre la **tensión en bornes $v(t)$** y la **corriente que lo atraviesa $i(t)$** .



Relación: $v(t) = S[i(t)] = R \cdot i(t)$ (ley de Ohm)

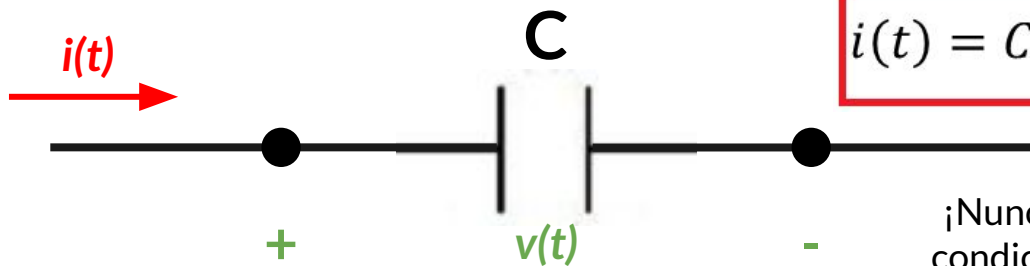
La relación es positiva si corriente entra por el (+) de la tensión, si entra por el (-), es negativa

$v(t) = -R \cdot i_2(t)$

Elementos de un circuito lineal

Capacitancia: Es la propiedad que tienen los cuerpos de almacenar una carga eléctrica.

Ley de elemento: Cociente entre la **carga almacenada en el cuerpo $Q(t)$** y la **tensión en bornes $v(t)$** en sus extremos.



$$i(t) = C \frac{dv}{dt}(t), v(0) = v_0$$

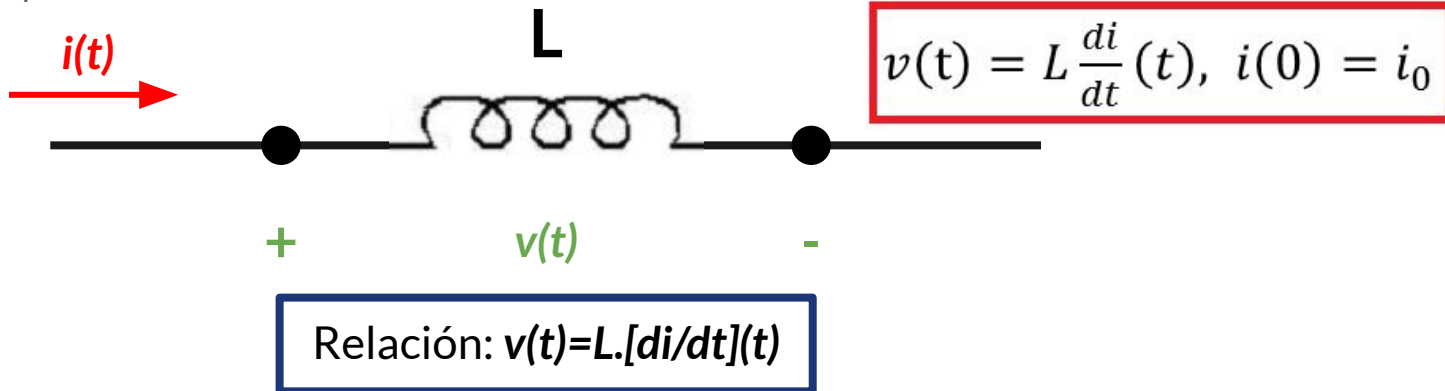
$$\text{Relación: } Q(t) = C \cdot v(t)$$

¡Nunca se olviden de las condiciones iniciales para determinar una función, solución de una ec. diferencial!

Elementos de un circuito lineal

Inductancia: Es una medida de la oposición a un cambio de corriente de un inductor o bobina que almacena energía en presencia de un campo magnético. (Ley de Faraday)

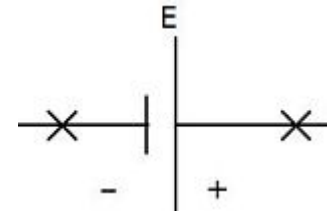
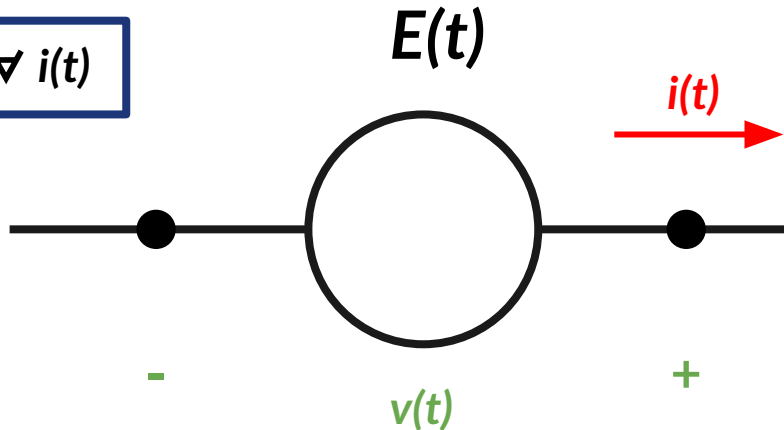
Ley de elemento: Cociente entre la **tensión en bornes $v(t)$** en sus extremos y la **variación de corriente $di/dt(t)$** que circula por la bobina..



Elementos de un circuito lineal

Fuente independiente de tensión: Elemento que impone una tensión $E(t)$ entre los bornes de conexión para cualquier corriente $i(t)$ que lo atraviese.

Relación: $v(t) = E(t) \forall i(t)$



Fuente continua

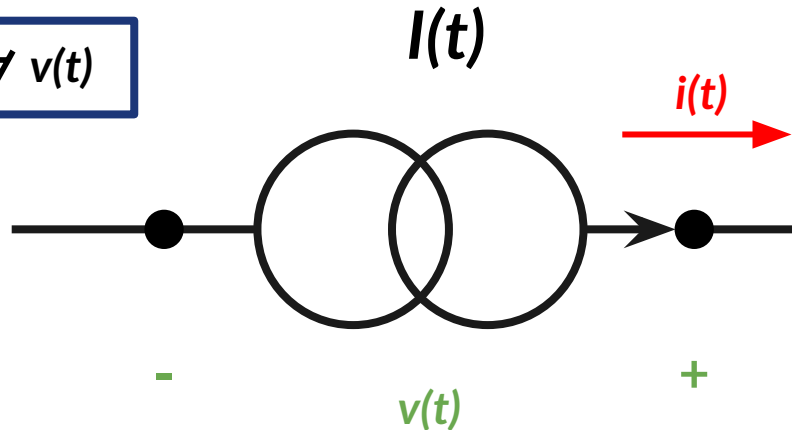


Fuente sinusoidal

Elementos de un circuito lineal

Fuente independiente de corriente: Elemento que impone una corriente $I(t)$ en la línea (cable) para cualquier tensión $v(t)$ entre sus bornes.

Relación: $i(t) = I(t) \forall v(t)$

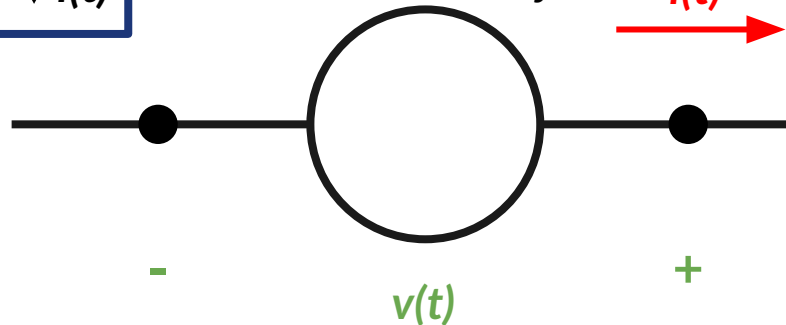


Elementos de un circuito lineal

Fuente dependiente de tensión: Idem que fuente independiente, pero el valor de la tensión impuesta depende de otras señales del circuito (ej $v(t) = 2 \cdot v_1(t)$ donde v_1 es cualquier tensión del circuito). De la misma manera, se define una fuente dependiente de corriente.

Relación: $v(t) = f(v_i, i_j) \quad \forall i(t)$

$$E(t) = f(v_i, i_j)$$



Elementos de un circuito lineal

Elementos triviales: Veamos algunos casos particulares.

Cortocircuito



Relación: $v(t)=0 \forall i(t)$

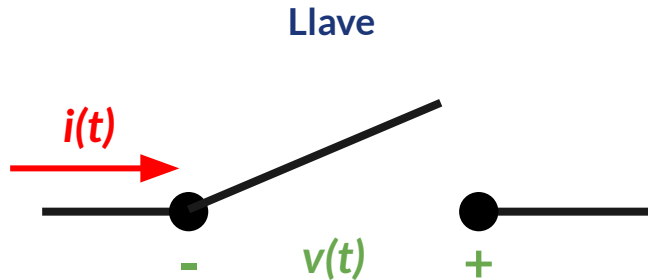
Circuito abierto



Relación: $i(t)=0 \forall v(t)$

Elementos de un circuito lineal

Elementos lineales a tramos: Elementos que mantienen la linealidad mientras su estado se mantenga invariante.



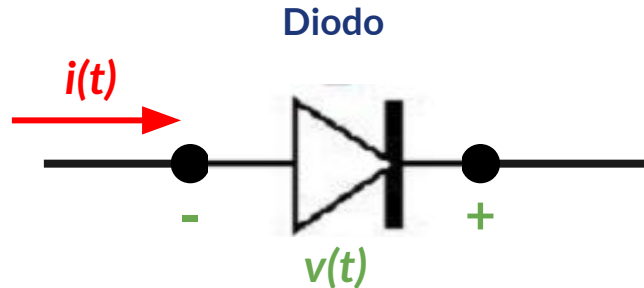
Dos estados:

- **Cerrada (ON):** Cortocircuito
- **Abierta (OFF):** Circuito abierto

Otros ejemplos: Fusible. Su estado es el de cortocircuito hasta que la corriente por él supera cierto umbral, luego queda abierto por siempre (las llaves térmicas representan una evolución a ese problema).

Elementos de un circuito lineal

Diodo ideal: Elemento lineal a tramos que depende del estado del circuito. Sólo deja pasar la corriente en un sentido.



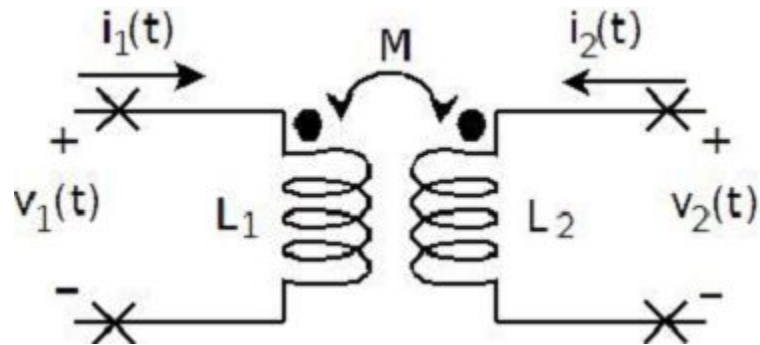
Dos estados:

- **ON:** Cortocircuito $v(t)=0$ si $i(t)>0$
- **OFF:** Circuito abierto $i(t)=0$ si $v(t)<0$

Elementos de un circuito lineal

Transformador: Elemento conformado por dos bobinas y un núcleo que acopla sus flujos magnéticos. Consta de cuatro terminales (cuadripolo), agrupados de a dos.

Transformador



$$\begin{cases} v_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt}(t) + M \frac{di_2}{dt}(t) \\ v_2(t) = M \frac{di_1}{dt}(t) + L_2 \frac{di_2}{dt}(t) \end{cases}$$



Contenido

- Presentación del curso
- Elementos de un circuito lineal
- **Potencia**
- Mallas y nudos: Leyes de Kirchoff
- Analogías con otros sistemas

Potencia

Dado un elemento genérico como el de la figura, la potencia instantánea se define como: $p(t) = v(t) \cdot i(t)$

Si se combina con la ley del elemento, se puede hallar una expresión de potencia instantánea para cada componente.



Ejercicio: Hallar la expresión de $p_i(t)$ para R, L y C en función de $v(t)$ o $i(t)$.

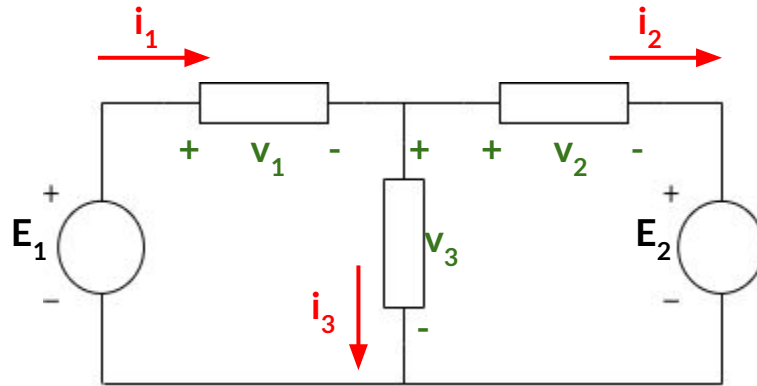


Contenido

- Presentación del curso
- Elementos de un circuito lineal
- Potencia
- **Mallas y nudos: Leyes de Kirchoff**
- Analogías con otros sistemas

Leyes de Kirchoff

Paso 0 antes de resolver circuitos : Definir los sentidos de corrientes y tensiones (puede ser arbitrario).



Leyes de Kirchoff

Ley de Mallas : La suma de las caídas de tensión a lo largo de una malla es nula.

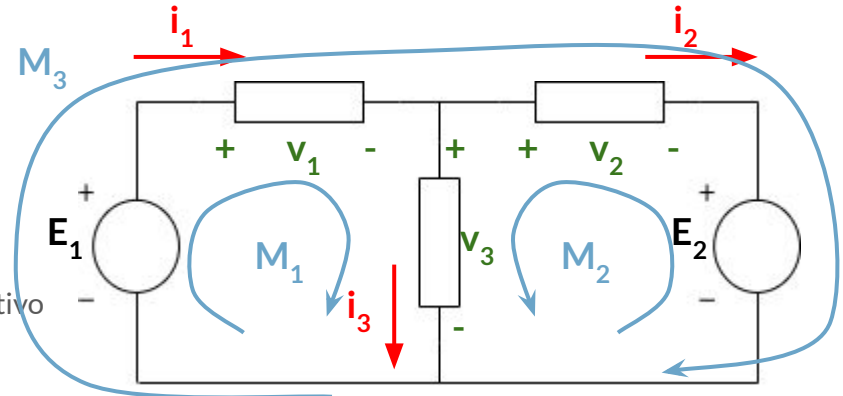
Procedimiento: Dado un circuito

- 1 - Definir sentido de recorrido de la malla (arbitrario)
- 2 - Sumar las caídas de tensión

Convención sugerida: (+) entrante \rightarrow positivo, (-) entrante \rightarrow negativo

$$M_1: -E_1 + v_1 + v_3 = 0$$

$$M_2: -E_2 - v_2 + v_3 = 0$$



¿Por qué no agregar M_3 ?

R: Agrega redundancia, para obtener un sistema compatible determinado basta con mallas atómicas

Leyes de Kirchoff

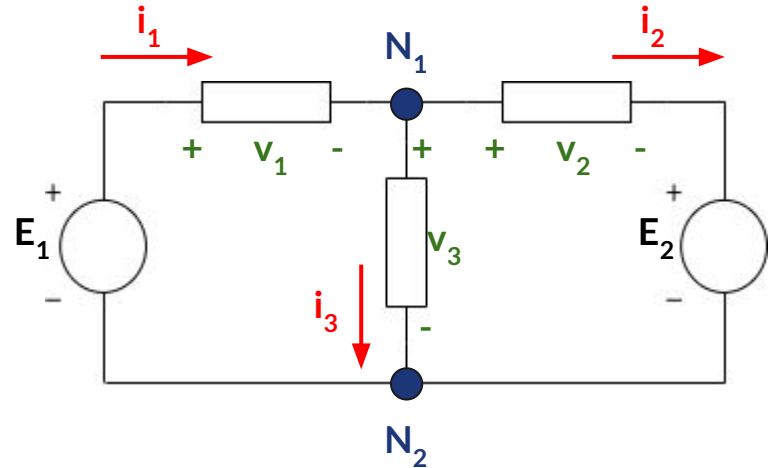
Ley de Nudos : La suma de las corrientes que inciden en un nudo es nula.

Procedimiento: Dado un circuito

- 1 - Definir los nudos donde converjan 3 o más líneas
- 2 - Sumar las corrientes

Convención sugerida: entrante → positivo, saliente → negativo

$$N_1: i_1 - i_2 - i_3 = 0$$
$$N_2: -i_1 + i_2 + i_3 = 0$$



Hay redundancia (ocurre cuando dos nodos involucran las mismas corrientes)



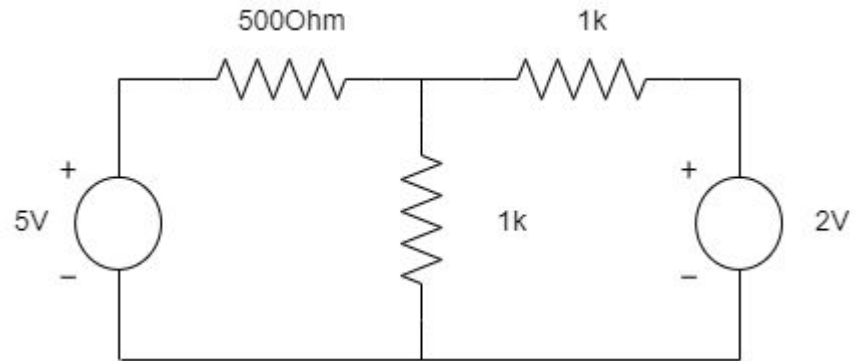
Leyes de Kirchoff

Pasos sugeridos para la resolución de circuitos:

1. Definir los sentidos de las tensiones y corrientes
2. Plantear las ecuaciones de todos los elementos involucrados
3. Obtener las ecuaciones a través de las leyes de Kirchoff
4. Resolver el sistema

Leyes de Kirchoff

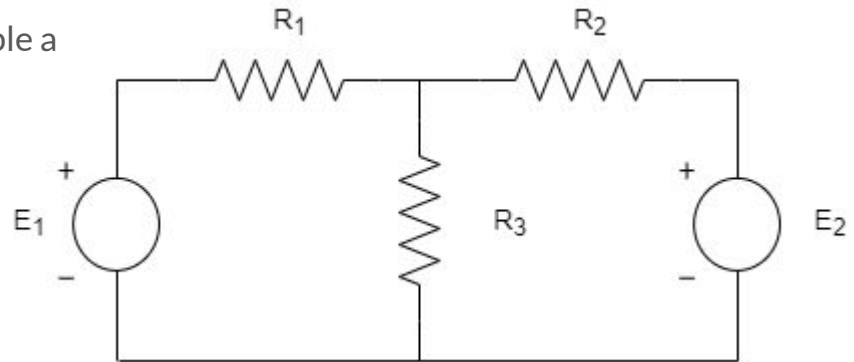
Ejemplo: Hallar todos los voltajes y corrientes de los componentes del siguiente circuito.



Leyes de Kirchoff

Ejemplo: Hallar todos los voltajes y corrientes de los componentes del siguiente circuito.

En primer lugar se recomienda asignar una variable a cada elemento:



$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = R_3 = 1k\Omega$$

$$E_1 = 5V, E_2 = 2V$$

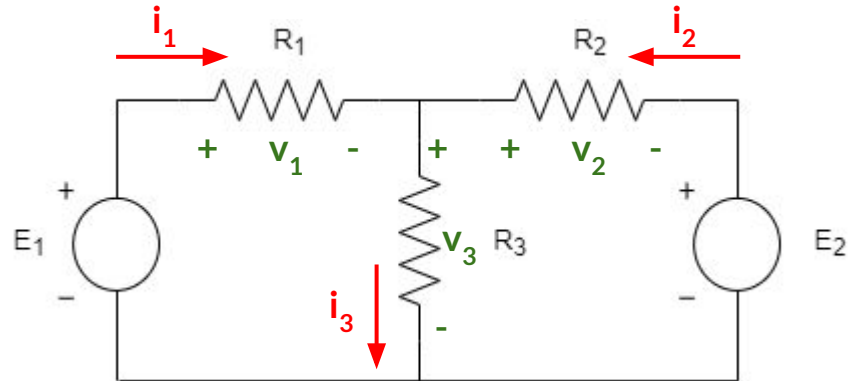
Leyes de Kirchoff

Ejemplo: Hallar todos los voltajes y corrientes de los componentes del siguiente circuito.

En primer lugar se recomienda asignar una variable a cada elemento:

Ahora a seguir los pasos...

1. Definir los sentidos de las tensiones y corrientes



$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = R_3 = 1k\Omega$$
$$E_1 = 5V, E_2 = 2V$$

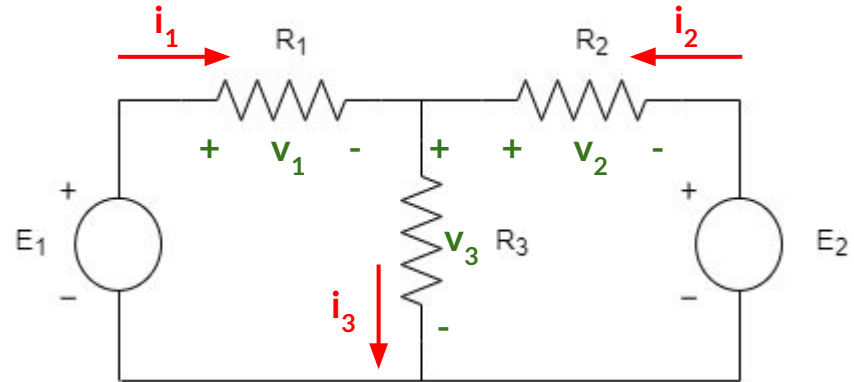
Leyes de Kirchoff

Ejemplo: Hallar todos los voltajes y corrientes de los componentes del siguiente circuito.

En primer lugar se recomienda asignar una variable a cada elemento:

Ahora a seguir los pasos...

2. Plantear las ecuaciones de todos los elementos involucrados



$$v_1 = R_1 i_1, \quad v_2 = -R_2 i_2, \quad v_3 = R_3 i_3$$

$$R_1 = 500 \, \Omega, \quad R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$
$$E_1 = 5 \text{ V}, \quad E_2 = 2 \text{ V}$$

Leyes de Kirchoff

Ejemplo: Hallar todos los voltajes y corrientes de los componentes del siguiente circuito.

En primer lugar se recomienda asignar una variable a cada elemento:

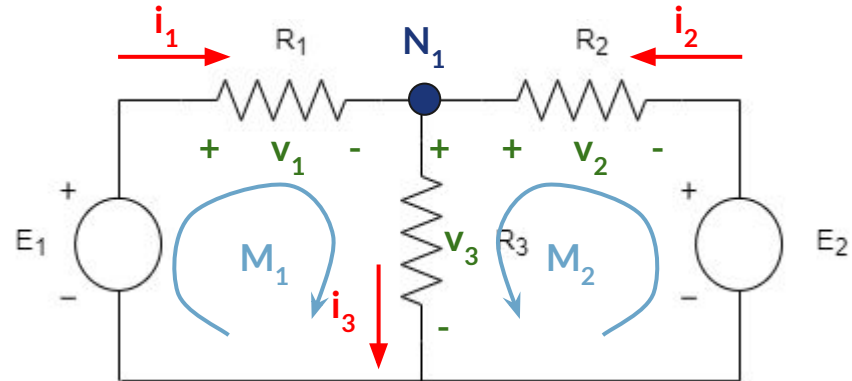
Ahora a seguir los pasos...

3. Obtener las ecuaciones a través de las leyes de Kirchoff

$$M_1: -E_1 + v_1 + v_3 = 0$$

$$M_2: -E_2 - v_2 + v_3 = 0$$

$$N_1: i_1 + i_2 - i_3 = 0$$



$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = R_3 = 1k\Omega$$

$$E_1 = 5V, E_2 = 2V$$



Leyes de Kirchoff

Ejemplo: Hallar todos los voltajes y corrientes de los componentes del siguiente circuito.

En primer lugar se recomienda asignar una variable a cada elemento:

Ahora a seguir los pasos...

4. Resolver el sistema

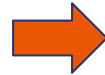
$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = R_1 i_1, \quad v_2 = -R_2 i_2, \quad v_3 = R_3 i_3 \\ M_1: -E_1 + v_1 + v_3 = 0 \\ M_2: -E_2 - v_2 + v_3 = 0 \\ N_1: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \end{array} \right.$$
$$R_1 = 500 \, \Omega, \quad R_2 = R_3 = 1k\Omega$$
$$E_1 = 5V, \quad E_2 = 2V$$

Leyes de Kirchoff

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1, & v_2 = -R_2 i_2, & v_3 = R_3 i_3 \\ M_1: -E_1 + v_1 + v_3 = 0 \\ M_2: -E_2 - v_2 + v_3 = 0 \\ N_1: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \end{cases}$$

$$R_1 = 500 \Omega, \quad R_2 = R_3 = 1k\Omega$$

$$E_1 = 5V, \quad E_2 = 2V$$



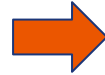
Sustituyendo los voltajes por la expresión de cada elemento y pasando las constantes al lado derecho el sistema se simplifica a



$$\begin{cases} N_1: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ M'_1: R_1 i_1 + R_3 i_3 = E_1 \\ M'_2: R_2 i_2 + R_3 i_3 = E_2 \end{cases}$$

Leyes de Kirchoff

$$\begin{cases} N_1: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ M'_1: R_1 i_1 + R_3 i_3 = E_1 \\ M'_2: R_2 i_2 + R_3 i_3 = E_2 \end{cases}$$



La resolución del sistema se puede resolviendo el siguiente problema algebraico

$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = R_3 = 1k\Omega$$

$$E_1 = 5V, E_2 = 2V$$

El resto se los dejo a uds...



$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ R_1 & 0 & R_3 & E_1 \\ 0 & R_2 & R_3 & E_2 \end{array}$$



Contenido

- Presentación del curso
- Elementos de un circuito lineal
- Potencia
- Mallas y nudos: Leyes de Kirchoff
- **Analogías con otros sistemas**



Analogías con otros modelos

Hasta ahora vimos los elementos de un circuito eléctrico y hemos visto herramientas para calcular los distintos parámetros, los cuales ayudarán a entender su comportamiento.

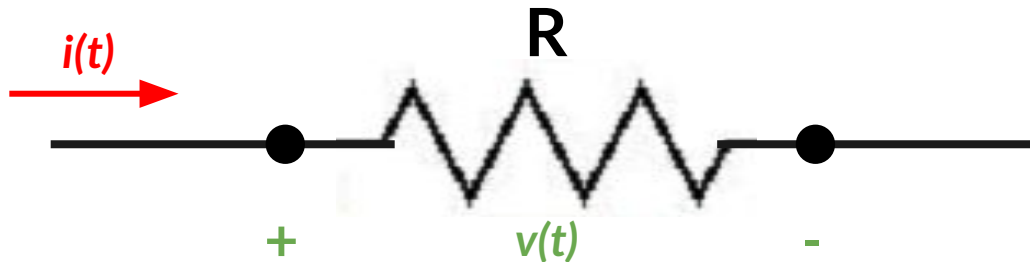
A continuación veremos cómo se pueden aplicar los conocimientos de la teoría de los circuitos a otros sistemas.

Elementos de un circuito lineal

Sistema eléctrico

Resistencia: Oposición al flujo de electrones al moverse a través de un conductor.

Ley de Ohm: Cociente entre la tensión en bornes $v(t)$ y la corriente que lo atraviesa $i(t)$.



Relación: $v(t) = R \cdot i(t)$ (ley de Ohm)

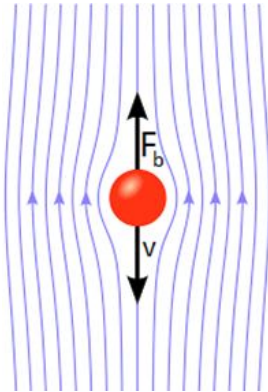
Cambiando algunas palabras de la definición...

Elementos de un circuito lineal

Sistema mecánico

Resistencia: Oposición al flujo de partículas (velocidad) al moverse a través de un medio.

Ley de elemento: Cociente entre la **fuerza viscosa $F(t)$** y la **velocidad de las partículas $v(t)$** .



$$\text{Relación: } F_b(t) = b.v(t)$$

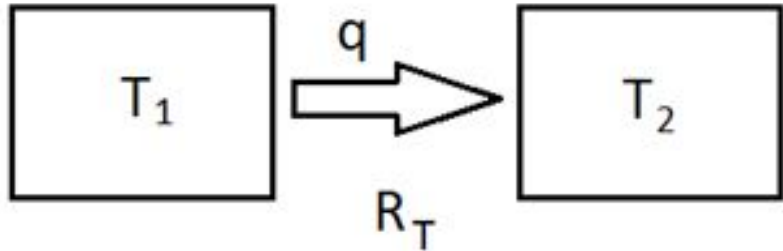
b es la constante de amortiguamiento

Elementos de un circuito lineal

Sistema térmico

Resistencia: Oposición al flujo de calor al moverse a través de los cuerpos.

Ley de elemento: Cociente entre la **diferencia de temperaturas entre los cuerpos $\Delta T(t)$** y el **flujo de calor $q(t)$ que intercambian** ($q(t)$ es la derivada del calor $Q(t)$).



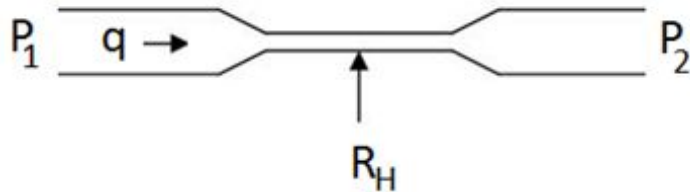
$$\text{Relación: } \Delta T(t) = R_T q(t)$$

Elementos de un circuito lineal

Sistema hidráulico

Resistencia: Oposición al flujo de partículas al moverse en una tubería.

Ley de elemento: Cociente entre la **diferencia de presiones entre los extremos del tubo $\Delta P(t)$** y el **flujo de partículas $q(t)$** que circula por él.



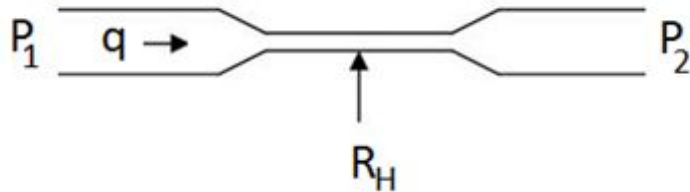
$$\text{Relación: } \Delta P(t) = R_H \cdot q(t)$$

Elementos de un circuito lineal

Sistema cardiovascular

Resistencia: Oposición al flujo sanguíneo al moverse en una vaso.

Ley de elemento: Cociente entre la **diferencia de presiones entre los extremos del tubo $\Delta P(t)$** y el **flujo sanguíneo $q(t)$** que circula por él.



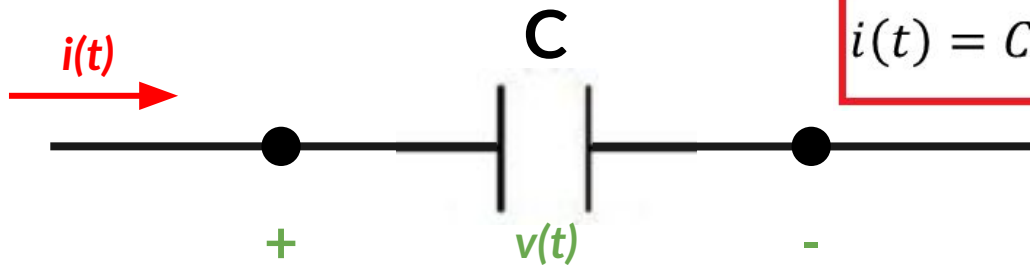
$$\text{Relación: } \Delta P(t) = R_H \cdot q(t)$$

Elementos de un circuito lineal

Sistema eléctrico

Capacitancia: Es la propiedad que tienen los cuerpos de almacenar una carga eléctrica.

Ley de elemento: Cociente entre la **carga almacenada en el cuerpo $Q(t)$** y la **tensión en bornes $v(t)$** en sus extremos.



$$i(t) = C \frac{dv}{dt}(t), \quad v(o) = v_o$$

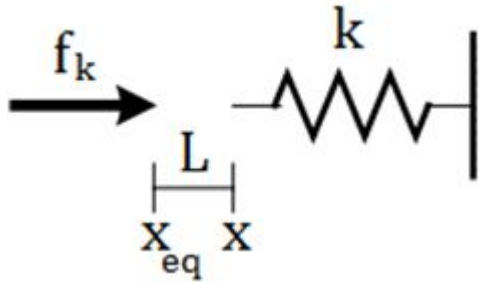
$$\text{Relación: } Q(t) = C \cdot v(t)$$

Elementos de un circuito lineal

Sistema mecánico

Capacitancia: Es la propiedad que tienen los cuerpos de almacenar energía.

Ley de elemento: Cociente entre la **fuerza elástica $f_k(t)$** y la **elongación $L(t)$** del resorte.



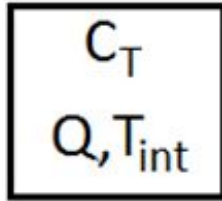
$$\text{Relación: } f_k(t) = h \cdot L(t)$$

Elementos de un circuito lineal

Sistema térmico

Capacitancia: Es la propiedad que tienen los cuerpos de almacenar calor.

Ley de elemento: Cociente entre la **calor $Q(t)$** y la **la diferencia de temperaturas $\Delta T(t)$** entre el cuerpo y el exterior.



T_{ext}

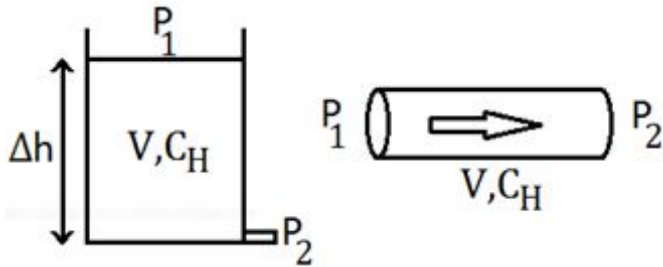
$$\text{Relación: } Q(t) = C_T \Delta T(t)$$

Elementos de un circuito lineal

Sistema hidráulico

Capacitancia: Es la propiedad que tienen los cuerpos de almacenar un volumen.

Ley de elemento: Cociente entre la **volumen $V(t)$** y la **la diferencia de presiones $\Delta P(t)$** entre el cuerpo y el exterior.



$$\text{Relación: } V(t) = C_H \cdot \Delta P(t)$$

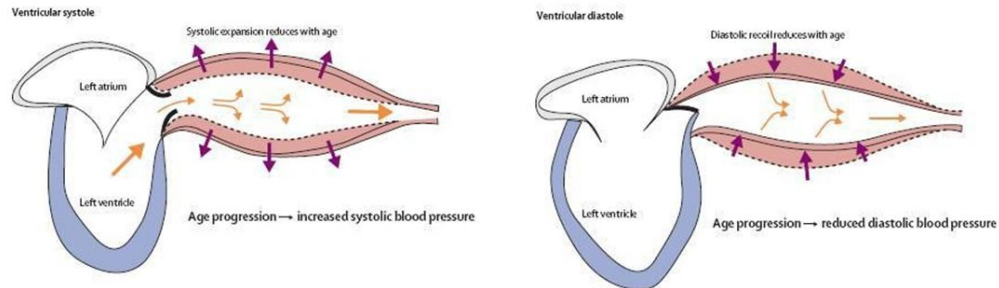
Elementos de un circuito lineal

Sistema cardiovascular - Complacencia

Capacitancia: Es la propiedad que tienen los cuerpos de almacenar un volumen.

Ley de elemento: Cociente entre el **volumen $V(t)$** y la **la diferencia de presiones $\Delta P(t)$** entre el cuerpo y el exterior.

$$\text{Relación: } V(t) = C_H \cdot \Delta P(t)$$

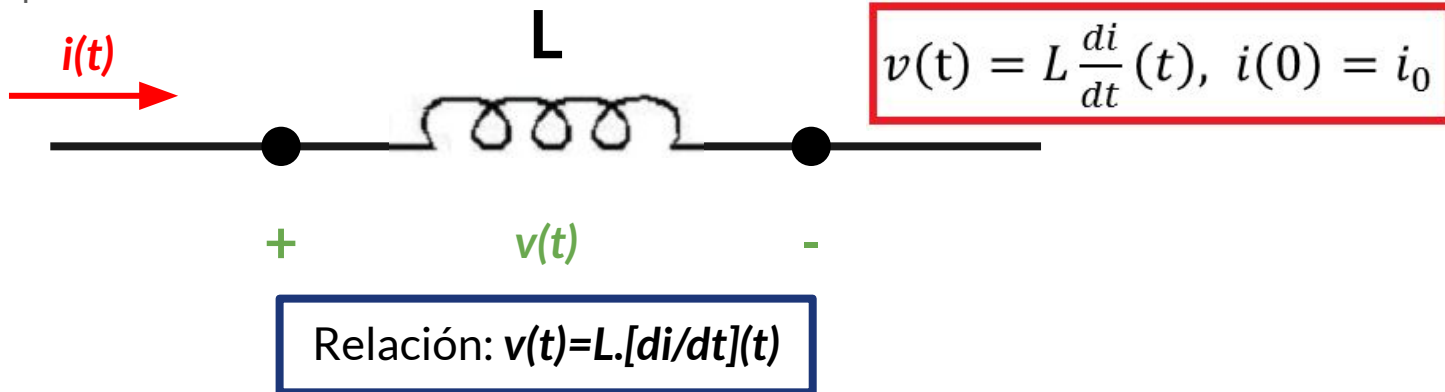


Elementos de un circuito lineal

Sistema eléctrico

Inductancia: Es una medida de la oposición a un cambio de corriente de un inductor o bobina que almacena energía en presencia de un campo magnético. (Ley de Faraday)

Ley de elemento: Cociente entre la **tensión en bornes $v(t)$** en sus extremos y la **variación de corriente $di/dt(t)$** que circula por la bobina..

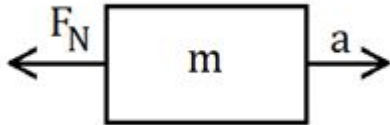


Elementos de un circuito lineal

Sistema mecánico

Inductancia: La aceleración que adquiere un cuerpo es proporcional a la fuerza neta aplicada sobre el mismo. (2da ley de Newton)

Ley de elemento: Cociente entre la **fuerza neta $F_N(t)$** y la **aceleración $a(t) = dv/dt$** adquirida por la masa m .



$$\text{Relación: } F_N(t) = m \cdot a(t) = m \cdot [dv/dt](t)$$

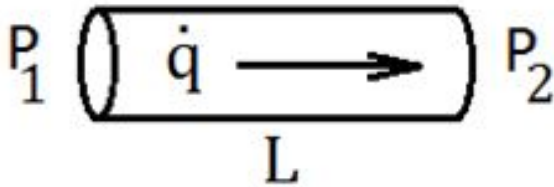
$$F = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} = ma$$

Elementos de un circuito lineal

Sistema cardiovascular - Inertancia

Inductancia: Es una medida de la oposición a un cambio del flujo en un vaso que almacena energía.

Ley de elemento: Cociente entre la **diferencia de presiones $\Delta P(t)$** y la **variación de flujo dq/dt** que circula por el vaso..



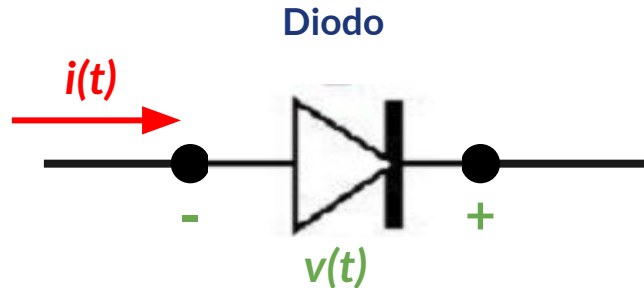
$$\text{Relación: } \Delta P(t) = L \cdot [dq/dt](t)$$

$$\Delta P = L \frac{dq}{dt} = L \frac{d^2V}{dt^2}$$

Elementos de un circuito lineal

Sistema eléctrico

Diodo ideal: Elemento lineal a tramos que depende del estado del circuito. Sólo deja pasar la corriente en un sentido.

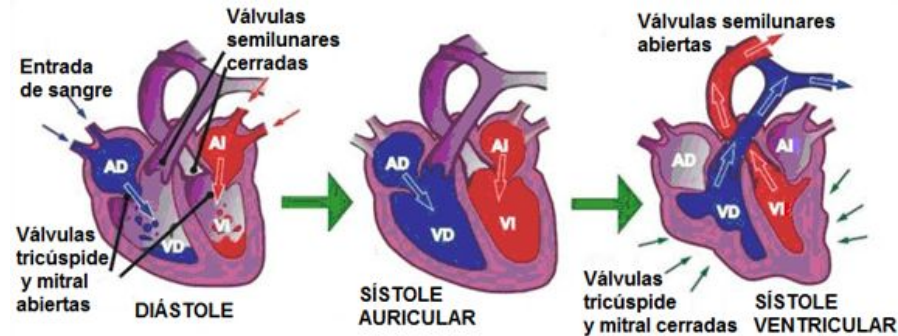


Dos estados:

- **ON:** Cortocircuito $v(t)=0$ si $i(t)>0$
- **OFF:** Circuito abierto $i(t)=0$ si $v(t)<0$

Elementos de un circuito lineal

Sistema cardiovascular - Válvula aórtica

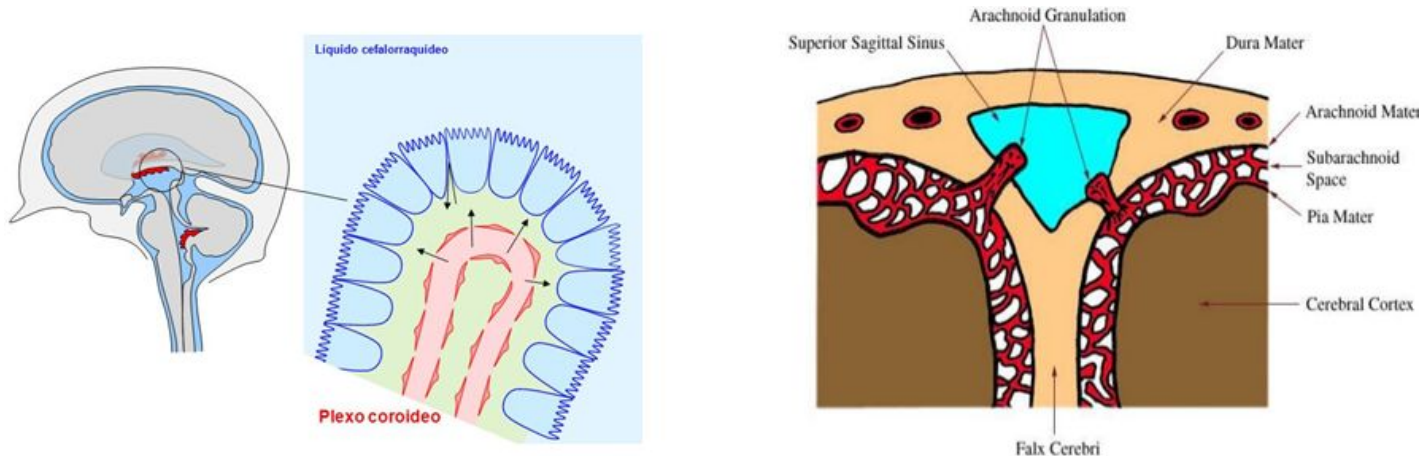


Dos estados:

- **ON:** Sístole ventricular - $q > 0$, $P_{VI} = P_A$ ($\Delta P = P_{VI} - P_A = 0$)
- **OFF:** Diástole ventricular: $q = 0$, $P_{VI} < P_A$ ($\Delta P = P_{VI} - P_A < 0$)

Elementos de un circuito lineal

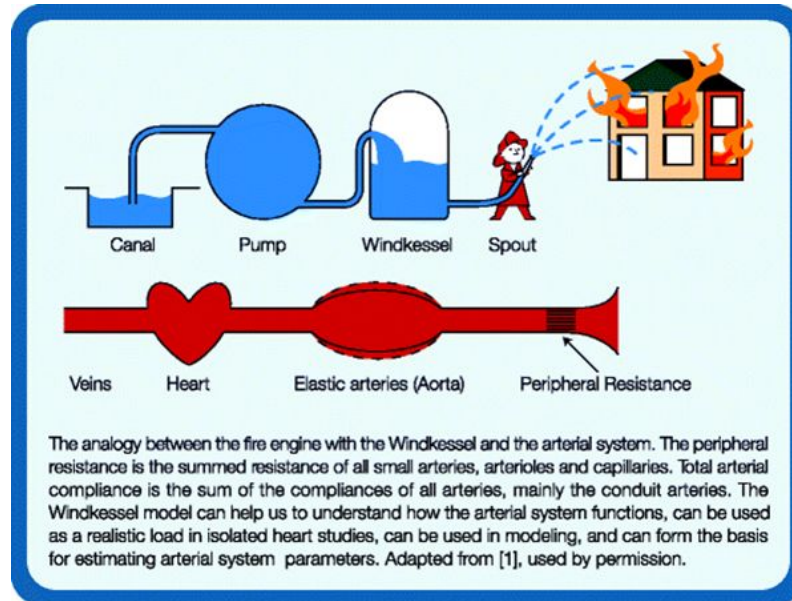
En circulación cerebral



Espacio del Líquido Cefalorraquídeo, filtros naturales

Elementos de un circuito lineal

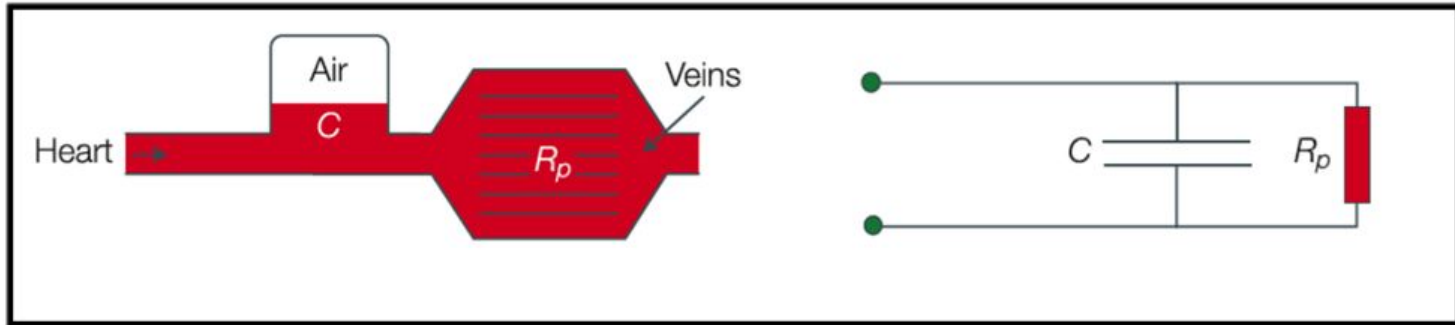
Modelo eléctrico del sistema cardiovascular



Modelo de Windkessel

Elementos de un circuito lineal

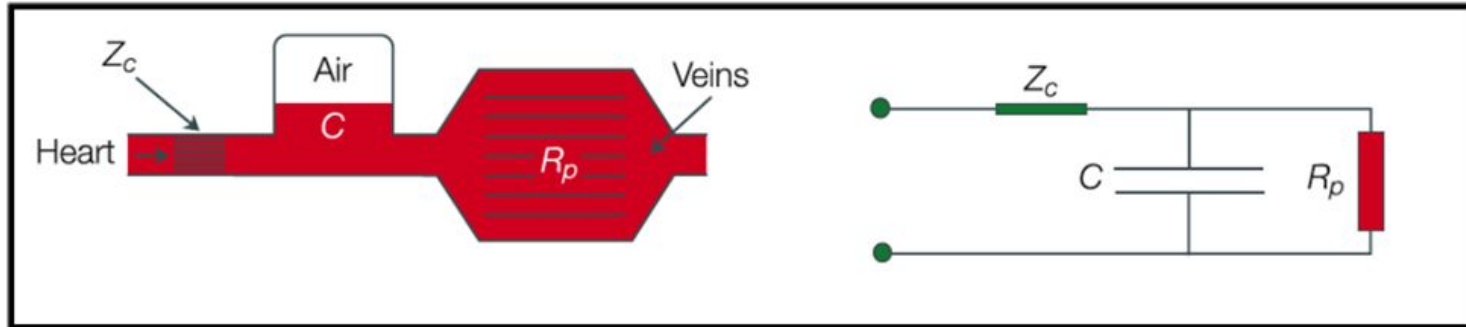
Modelo eléctrico del sistema cardiovascular



Modelo de Windkessel de 2 elementos
 R_p - Resistencia de las arteriolas
 C - Compliance arterial (grandes arterias)

Elementos de un circuito lineal

Modelo eléctrico del sistema cardiovascular



Modelo de Windkessel de 3 elementos

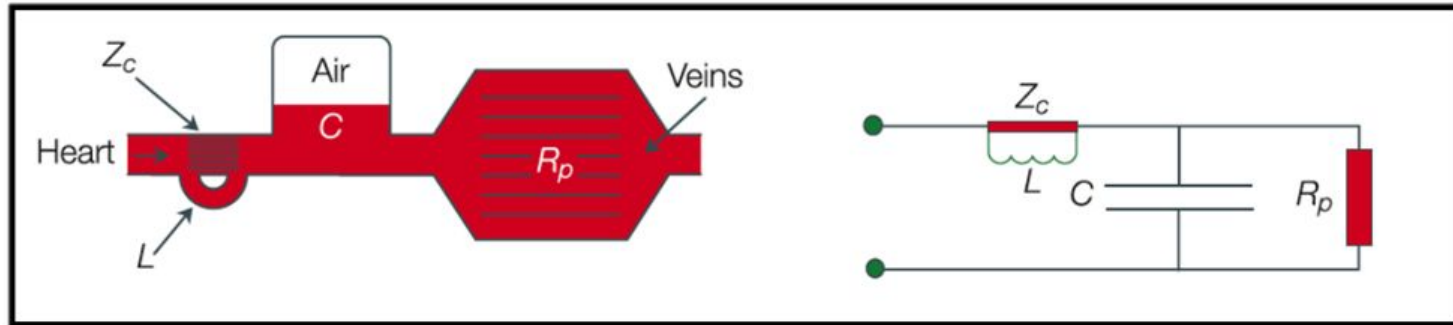
R_p - Resistencia de las arteriolas

C - Compliance arterial (grandes arterias)

Z_c - Impedancia característica (puramente resistiva)

Elementos de un circuito lineal

Modelo eléctrico del sistema cardiovascular



Modelo de Windkessel de 4 elementos

R_p - Resistencia de las arteriolas

C - Compliance arterial (grandes arterias)

Z_c - Impedancia característica (puramente resistiva)

L - Inertancia del flujo sanguíneo a la salida del ventrículo izquierdo



¿Qué aprendimos hoy?

A continuación se presentará un cuestionario para poner a prueba la captación de nuevos conocimientos.

¡Preparen lápiz y papel!

¡¡¡ES BROMA!!!



¡Muchos éxitos en el semestre!