

**Examen 29 de julio de 2020**

**1-** Considera la función:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \begin{cases} x^2 e^x - 1, & x < 1 \\ \frac{\ln(x)}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$

**a)** Determina existencia de extremos absolutos y relativos de  $f$  en  $\mathbb{R}$ .

**b)** Estudia acotación de  $f$  en  $\mathbb{R}$  y determina  $Im(f)$ .

**2- a)** Dada la función  $h: h(x) = x L(1 + x^2)$ , halla la primitiva de  $h$  cuyo gráfico pasa por el origen de coordenadas.

**b)** Clasifica las siguientes integrales impropias y halla la suma en caso de convergencia;

$$i) \int_1^{+\infty} \frac{t^2 + 1}{t^2(t^2 + 4)} dt \quad ii) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^2 + 1}{t^2(t^2 + 4)} dt$$

**3- a)** Clasifica y en caso de ser posible calcula/acota su suma:

$$i) \sum_{n \geq 1} \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-n} + 10n^2}{n^2 5^{n+1}} \quad ii) \sum_{n \geq 1} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

**b)** Enuncia propiedades y criterios usados para resolver (a).

Puntaje (total 100)

1) (a) 17 (b) 12 2) (a) 15 (b) (i) 15 (ii) 10

3) (a) (i) 15 (ii) 10 (b) 6