UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Taller de Introducción a la Investigación de Operaciones - Problema del Flujo Máximo

Víctor Viana

victor.viana@noreste.udelar.edu.uy

16/6/2026

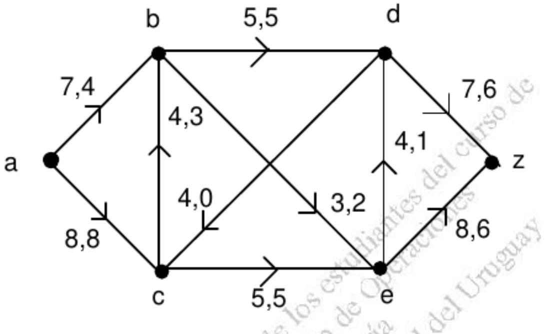
Contenido

Problemas de flujo máximo

Problemas de flujo máximo

- El flujo máximo en un grafo es la cantidad máxima de “flujo” que se puede enviar desde un nodo origen a un nodo destino, respetando las capacidades máximas de cada arista.
- Se calcula utilizando algoritmos como **Ford-Fulkerson** o **Edmonds-Karp**, que aumentan el flujo iterativamente encontrando caminos aumentativos hasta que no sea posible enviar más flujo.
- Este concepto es crucial en problemas de optimización de redes como tuberías, redes eléctricas o de transmisión de datos.

La red es un grafo ponderado, con un nodo a llamado fuente y otro nodo llamado pozo, terminal o resumidero (*sink*).



Algoritmo de Ford-Fulkerson

1. **Inicio**: Comienza asignando un flujo de 0 a todas las aristas.
2. **Búsqueda de caminos**: Busca cualquier "camino de aumento" desde la fuente al sumidero. Un "camino de aumento" es un camino que aún tiene capacidad para más flujo.
3. **Aumento del flujo**: Una vez que tienes un camino de aumento, envía el flujo máximo posible a través de ese camino (que será el flujo más pequeño permitido en una arista en ese camino, ya que eso limitará cuánto flujo puede pasar). Aumenta el flujo en las aristas de ese camino en esa cantidad y disminuye el flujo en las aristas opuestas (esto se llama "flujo residual").
4. **Repetición**: Repite los pasos 2 y 3 hasta que no puedas encontrar más caminos de aumento.
5. **Resultado**: En este punto, el flujo a través de la red es máximo. El valor de ese flujo máximo es la suma de los flujos en las aristas que salen del nodo fuente.

Ejemplo

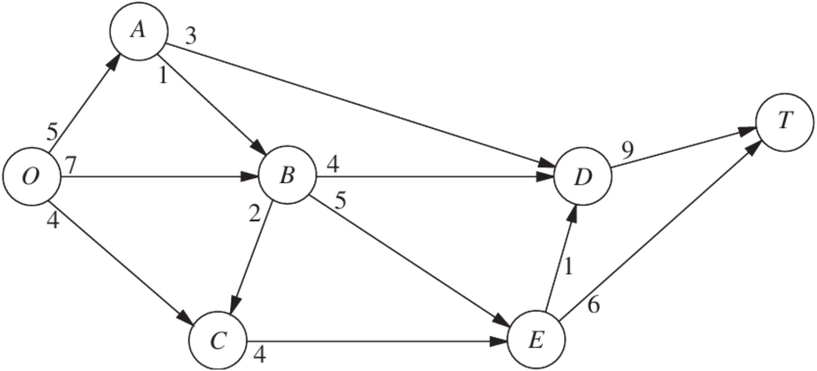


Figura: Grafo con capacidades en sus enlaces.

Ejemplo (cont.)

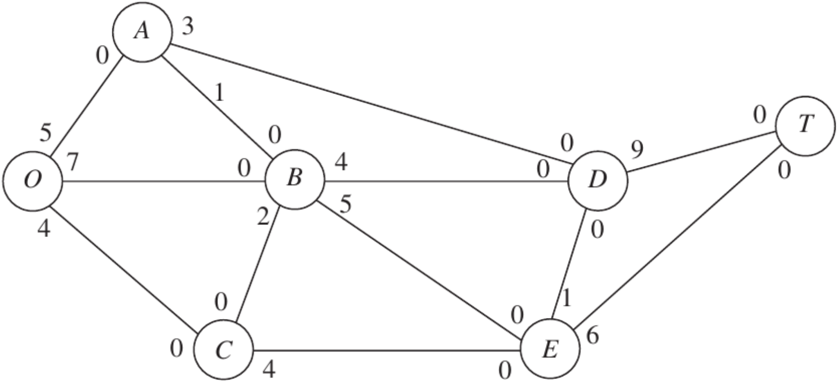


Figura: La red residual.

Ejemplo (cont.)

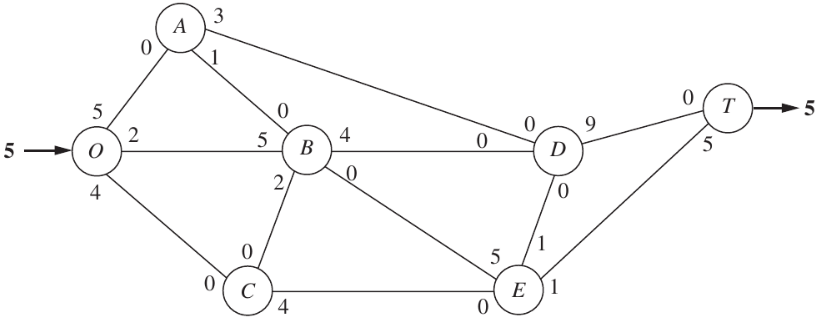


Figura: Iteración 1. Trayectoria O-B-E-T con capacidad residual 5

Ejemplo (cont.)

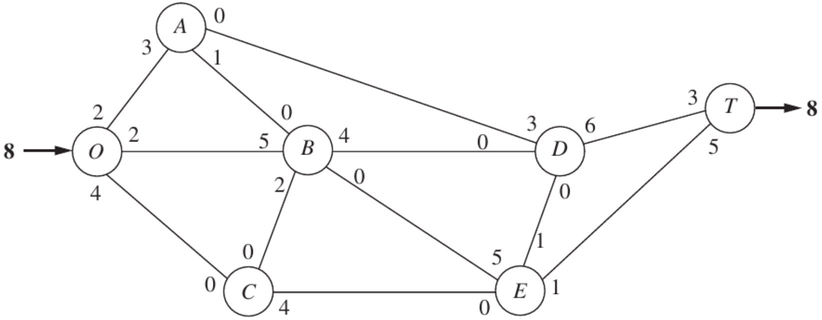


Figura: Iteración 2. Trayectoria O-A-D-T con capacidad residual 3.

Ejemplo (cont.)

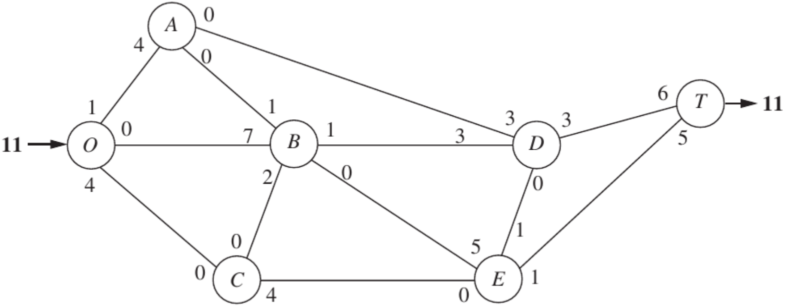


Figura: Iteración 3: se asigna un flujo de 1 a la trayectoria de aumento O-A-B-D-T. Iteración 4: se asigna un flujo de 2 a la trayectoria de aumento O-B-D-T

Ejemplo (cont.)

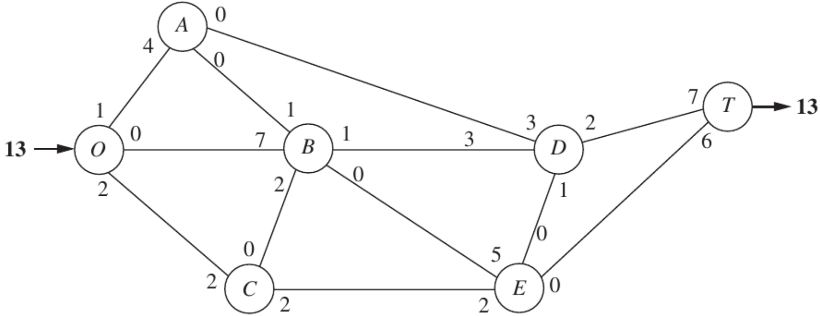


Figura: Iteración 5: se asigna un flujo de 1 a la trayectoria de aumento O-C-E-D-T. Iteración 6: se asigna un flujo de 1 a la trayectoria de aumento O-C-E-T.

Ejemplo (cont.)

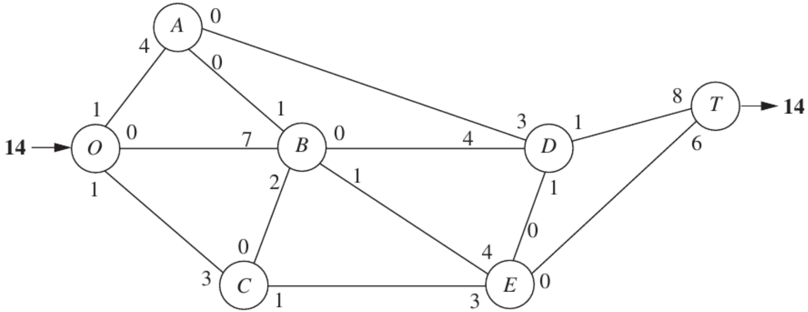


Figura: Iteración 7: se asigna un flujo de 1 a la trayectoria de aumento O-C-E-B-D-T.

Ejemplo (cont.)

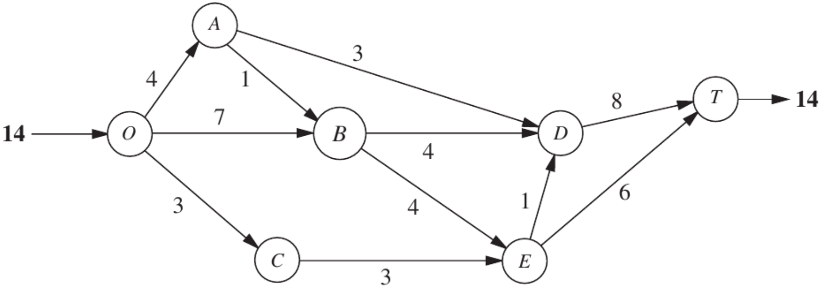


Figura: Solución óptima del problema de flujo máximo.

VARIABLES DE DECISIÓN

Para cada arista (i,j) del grafo, definimos:

x_{ij} = cantidad de flujo que circula desde el nodo i al nodo j

Modelo de PL para Flujo Máximo (cont.)

Variable	Significado	Variable	Significado
x_{OA}	Flujo de O a A	x_{BD}	Flujo de B a D
x_{OB}	Flujo de O a B	x_{BE}	Flujo de B a E
x_{OC}	Flujo de O a C	x_{CE}	Flujo de C a E
x_{AB}	Flujo de A a B	x_{DT}	Flujo de D a T
x_{AD}	Flujo de A a D	x_{ED}	Flujo de E a D
x_{BC}	Flujo de B a C	x_{ET}	Flujo de E a T

FUNCIÓN OBJETIVO

Maximizar el flujo total que sale del origen:

$$Maximizar : z = x_{OA} + x_{OB} + x_{OC}$$

RESTRICCIONES DE CAPACIDAD

$x_{OA} \leqslant 5$
$x_{OB} \leqslant 7$
$x_{OC} \leqslant 4$
$x_{AB} \leqslant 1$
$x_{AD} \leqslant 3$
$x_{BC} \leqslant 2$
$x_{BD} \leqslant 4$
$x_{BE} \leqslant 5$
$x_{CE} \leqslant 4$
$x_{DT} \leqslant 9$
$x_{ED} \leqslant 1$
$x_{ET} \leqslant 6$

CONSERVACIÓN DE FLUJO

$$x_{OA} - x_{AB} - x_{AD} = 0$$
$$x_{OB} + x_{AB} - x_{BC} - x_{BD} - x_{BE} = 0$$
$$x_{OC} + x_{BC} - x_{CE} = 0$$
$$x_{AD} + x_{BD} + x_{ED} - x_{DT} = 0$$
$$x_{BE} + x_{CE} - x_{ED} - x_{ET} = 0$$