

Caso de solución no acotada

Problema

Maximizar:

$$Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$$

Sujeto a:

$$-x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Paso 1 — Forma Estándar

Se agregan variables de holgura $s_1, s_2 \geq 0$:

$$-x_1 + x_2 + x_3 + s_1 = 6$$

$$x_1 - x_2 + x_3 + s_2 = 4$$

$$Z - 3x_1 - 5x_2 - 4x_3 = 0$$

Paso 2 — Tabla Simplex Inicial

Base inicial: $\{s_1, s_2\}$, con $Z=0$.

Base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS
s_1	-1	1	1	1	0	6
s_2	1	-1	1	0	1	4
Z	-3	-5	-4	0	0	0

Paso 3 — Iteración 1

Variable entrante: el coeficiente más negativo es **-5** (columna x_2). Entra x_2 .

Test de la razón mínima (solo filas con coeficiente en columna $x_2 > 0$):

Fila	Coef. x_2	RHS / coef
s_1	1	$6 / 1 = 6$ mínimo
s_2	-1	negativo, no se considera

Salen s_1 . **Elemento pivote = 1** (fila 1, columna x_2).

Operaciones de pivoteo:

- Nueva F1 = F1 ÷ 1 (queda igual)
- Nueva F2 = F2 - (-1)·(nueva F1) = F2 + F1
- Nueva FZ = FZ + 5·(nueva F1)

Base	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	RHS
X ₂	-1	1	1	1	0	6
S ₂	0	0	2	1	1	10
Z	-8	0	1	5	0	30

Paso 4 — Iteración 2

Variable entrante: el único coeficiente negativo en la fila Z es **-8** (columna X₁). Entra X₁.

Test de la razón mínima (solo filas con coeficiente en columna X₁ > 0):

Fila	Coef. X ₁	RHS / coef
X ₂	-1	negativo, no se considera
S ₂	0	cero, no se considera

No existe ningún coeficiente positivo en la columna pivote de X₁.

Detección del Caso: Solución No Acotada

El criterio de detección es claro: cuando la variable candidata a entrar tiene **todos los coeficientes de su columna** ≤ 0 en las filas de restricciones, el test de la razón mínima no puede aplicarse porque no hay variable que salga de la base. ^[3]

Esto significa que se puede incrementar X₁ **indefinidamente** sin violar ninguna restricción, haciendo que $Z \rightarrow +\infty$.

¿Por qué ocurre aquí? El problema solo tiene dos restricciones con sólo un lado acotado, y la combinación de coeficientes negativos en X₁ permite que esa variable crezca sin límite. ^[3]

Interpretación Geométrica

La región factible **no es un polígono cerrado**: se extiende infinitamente en la dirección de X₁. Al moverse en esa dirección, la función objetivo $Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$ también crece sin límite.

Resumen del Proceso

Iteración	Base	Variable entrante	Resultado
Inicial	$\{s_1, s_2\}$	—	$Z=0$
1	$\{x_2, s_2\}$	x_2 entra, s_1 sale	$Z=30$
2	—	x_1 candidata	Todos coef. $\leq 0 \rightarrow$ No acotado

Conclusión

$Z \rightarrow +\infty$ (problema no acotado)

Señal de solución no acotada: al seleccionar la variable entrante en alguna iteración, **ningún coeficiente en esa columna es positivo**. No existe variable saliente y el algoritmo Simplex no puede continuar. Se concluye que el problema tiene solución no acotada. ^[3]