Señales y sistemas

Práctico 5
Análisis de Fourier en Tiempo Continuo

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cual indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: ✦ básico, ★ medio, ✷ avanzado, y ✹ difícil.

✦ Ejercicio 1 (3.4)

Use la ecuación de análisis de la serie de Fourier para calcular los coeficientes a_k para la señal periódica continua

$$y[n] = \begin{cases} 1{,}5, \; 0 \leq t < 1 \\ -1{,}5, \; 1 \leq t < 2 \end{cases} \tag{1}$$

con frecuencia fundamental $\omega_0 = \pi$

✦ Ejercicio 2 (3.5)

Sea $x_1(t)$ una señal periódica continua con una frecuencia fundamental ω_1 y coeficientes de Fourier a_k. Dado que

$$x_2(t) = x_1(1-t) + x_1(t-1),$$

¿cómo se relaciona la frecuencia fundamental de ω_2 de $x_2(t)$ con ω_1? Encuentre también una relación entre los coeficientes de la serie de Fourier b_k de $x_2(t)$ y los coeficientes a_k.

✦ Ejercicio 3 (3.6)

Considere tres señales periódicas continuas cuyas representaciones en serie de Fourier sean como sigue:

$$x_1(t) = \sum_{k=0}^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^k e^{jk\frac{2\pi}{50}t},$$

$$x_2(t) = \sum_{k=-100}^{100} \cos(k\pi) e^{jk\frac{2\pi}{50}t},$$

$$x_3(t) = \sum_{k=-100}^{100} j \operatorname{sen}\left(\frac{k\pi}{2}\right) e^{jk\frac{2\pi}{50}t}.$$

Use las propiedades de la serie de Fourier para poder contestar las siguientes preguntas:

(a) ¿Cuál(es) de las tres señales es/son de valor real?

(b) ¿Cuál(es) de las tres señales es/son par?

✦ Ejercicio 4 (3.7)

Suponga que la señal periódica $x(t)$ tiene período fundamental T y coeficientes de Fourier a_K. En diversas situaciones, es más fácil calcular los coeficientes de la serie de Fourier B_k para $g(t) = dx(t)/dt$ en lugar de calcular a_k directamente. Dado que

$$\int_T^{2T} x(t) dt = 2,$$

encuentre una expresión para a_k en términos de b_k y T.

✦ Ejercicio 5 **(3.8)**

Suponga que se nos proporciona la siguiente información acerca de la señal $x(t)$:

1. $x(t)$ es real y par.

2. $x(t)$ es periódica con período $T = 2$ y tiene coeficientes de Fourier a_k.

3. $a_k = 0$ para $|k| > 1$.

4. $\frac{1}{2}\int_0^2 |x(t)|^2 dt = 1$.

Especifique dos señales diferentes que satisfagan estas condiciones.