Señales y sistemas

Práctico 1
Introducción a la teoria de señales

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cual indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: ✦ básico, ★ medio, ✷ avanzado, y ✹ difícil.

(Ejercicios del libro de Oppenheim Cap 1. 1.1 hasta 1.14) Exprese cada uno de los siguientes números complejos en forma cartesiana ($x + jy$): $\frac{1}{2}e^{j\pi}$, $\frac{1}{2}e^{-j\pi}$, $e^{j\pi/2}$, $e^{-j\pi/2}$, $e^{j5\pi/2}$, $\sqrt{2}e^{j\pi/4}$, $\sqrt{2}e^{j9\pi/4}$, $\sqrt{2}e^{-j9\pi/4}$, $\sqrt{2}e^{-j\pi/4}$

✦ Ejercicio 1

Exprese cada uno de los siguientes números complejos en forma polar ($re^{j\theta}$, con $-\pi < \theta \leq \pi$): 5, -2, $-3j$, $\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}j$, $1 + j$, $(1 - j)^2$, $j(1 - j)$, $(1 + j)/(1 - j)$, $(\sqrt{2} + j\sqrt{2})/(1 + j\sqrt{3})$.

✦ Ejercicio 2

Determine los valores de P_∞ y E_∞ para cada una de las señales:

(a) $x_1(t) = e^{-2t}u(t)$
(b) $x_2(t) = e^{j(2t+\pi/4)}$
(c) $x_3(t) = \cos(t)$
(d) $x_1[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$
(e) $x_2[n] = e^{j(\pi/2n+\pi/8)}$
(f) $x_3[n] = \cos(\frac{\pi}{4}n)$

✦ Ejercicio 3

Sea $x[n]$ una señal con $x[n] = 0$ para $n < -2$ y $n > 4$. Para cada señal mostrada abajo, determine los valores de n para los cuales se garantiza que es cero.

(a) $x[n - 3]$
(b) $x[n + 4]$
(c) $x[-n]$
(d) $x[-n + 2]$
(e) $x[-n - 2]$

✦ Ejercicio 4

Sea $x(t)$ una señal con $x(t) = 0$ para $t < 3$. Para cada señal dada, determine los valores de t para los cuales se garantiza que es cero.

(a) $x(1 - t)$
(b) $x(1 - t) + x(2 - t)$
(c) $x(1 - t)x(2 - t)$
(d) $x(3t)$
(e) $x(t/3)$

✦ Ejercicio 5

Determine si cada una de las siguientes señales es o no periódica:

(a) $x_1(t) = 2e^{j(t+\pi/4)}u(t)$
(b) $x_2[n] = u[n] + u[-n]$
(c) $x_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty}[\delta[n - 4k] - \delta[n - 1 - 4k]]$

✦ Ejercicio 6

Para cada una de las siguientes señales, determine todos los valores de la variable independiente para los cuales se garantice que la parte par de la señal es cero.

(a) $x_1[n] = u[n] - u[n-4]$

(b) $x_2(t) = \sin(\frac{1}{2}t)$

(c) $x_3[n] = (\frac{1}{2})^n u[n-3]$

(d) $x_4(t) = e^{-5t}u(t+2)$

✦ Ejercicio 7

Exprese la parte real de cada señal en la forma $Ae^{-at}\cos(\omega t + \phi)$, donde A, a, ω y ϕ son números reales con $A > 0$ y $-\pi < \phi \leq \pi$:

(a) $x_1(t) = -2$

(b) $x_2(t) = \sqrt{2}e^{j\pi/4}\cos(3t + 2\pi)$

(c) $x_3(t) = e^{-t}\sin(3t + \pi)$

(d) $x_4(t) = je^{(-2+j100)t}$

✦ Ejercicio 8

Determine si cada una de las siguientes señales es o no periódica, especifique su período fundamental.

(a) $x_1(t) = je^{j10t}$

(b) $x_2(t) = e^{(-1+j)t}$

(c) $x_3[n] = e^{j7\pi n}$

(d) $x_4[n] = 3e^{j3\pi(n+1/2)/5}$

(e) $x_5[n] = 3e^{j3/5(n+1/2)}$

✦ Ejercicio 9

Determine el período fundamental de la señal $x(t) = 2\cos(10t + 1) - \sin(4t - 1)$.

✦ Ejercicio 10

Determine el período fundamental de la señal $x[n] = 1 + e^{j4\pi n/7} - e^{j2\pi n/5}$.

✦ Ejercicio 11

Considere la señal discreta

$$x[n] = 1 - \sum_{k=3}^{\infty} \delta[n-1-k]$$

Determine los valores de los enteros M y n_0 de manera que $x[n]$ se exprese como

$$x[n] = u[Mn - n_0]$$

✦ Ejercicio 12

Considere la señal continua

$$x(t) = \delta(t+2) - \delta(t-2)$$

Calcule el valor de E_∞ para la señal

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$$

.

✦ Ejercicio 13

Considere una señal periódica

$$x(t) = \begin{cases} 1,\ 0 \leq t \leq 1 \\ \text{-2},\ 1 < t < 2 \end{cases} \tag{1}$$

Ejercicios para hacer en Matlab

Los ejercicios mencionados en esta sección son del libro de Chaparro .

✦ Ejercicio 14 **(Matlab como generador de señales)**

(a) Generar una rampa, un escalón unitario, una onda cuadrada y un diente de sierra.

(b) Graficar

✦ Ejercicio 15 **(Energía de una señal y circuito RC (Ejercicio 1.20 de libro))**

La señal $x(t) = e^{|t|}$ se encuentra definida para todos los valores de t.

(a) Graficar la señal $x(t)$ y determinar si tiene energía finita.

(b) Si se determina que $x(t)$ es absolutamente integrable, o que la siguiente integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|\, dt$$

es finita, ¿se puede decir que $x(t)$ tiene energía finita? Explicar. Pista: Graficar $|x(t)|$ y $|x(t)|^2$ como funciones del tiempo.

(c) A partir de los resultados anteriores, ¿es verdad que la energía E_γ de la señal

$$\gamma(t) = e^{-t}\cos(2\pi t)u(t)$$

es menor que la mitad de la eergía de $x(t)$? Explicar. Para verificar el resultado, usar MATLAB para grafica r$\gamma(t)$ y calcular su energía.

(d) Para descargar un capacitor de 1 mF cargado con una tensión de 1 volt lo conectamos en tiempo $t = 0$, con un resistor R. Cuando medimos el voltaje en el resistor, encontramos que es $v_R(t) = e^{-t}u(t)$. Determinar la resistencia R. Si el capacitor tiene una capacitancia de 1 μF, ¿cuál sería R? En general, ¿cómo están relacionadas R y C?

✦ Ejercicio 16 **(Generación de señal de impulso(Ejercicio 1.22 de libro))**

Cuando se define el impulso o la seãl $\delta(t)$ laa forma de la seãl usada para hacerlo no es importante. Si usamos el pulso rectangular u otro pulso, o incluso una senãl que no es un pulso, en el límite obtenemos la misma senãl de impulso. Consideremos los siguientes casos:

(a) El pulso triangular

$$\Lambda_\Delta(t) = \frac{1}{\Delta}\left(1 - \left|\frac{t}{\Delta}\right|\right)(u(t+\Delta) - u(t-\Delta))$$

Graficarla, calcular su área, y encontrar su límite cuando $\Delta \to 0$. ¿Qué se obtiene en el límite? Explicar.

(b) Considerar la señal

$$S_\Delta(t) = \frac{\sin(\pi t/\Delta)}{\pi t}$$

Usar las propiedades de la señal sincronizada $S(t) = \sin(\pi t)/(\pi t)$ para expresae $S_\Delta(t)$ en términos de $S(t)$. Luego encontrar el área, y el límite cuando $\Delta \to 0$. Usar MATLAB para mostrar que para valores decrecientes de Δ $S_\Delta(t)$ se convierte en la señal impulso.

✦ Ejercicio 17 **(Contracción, expansión y periodicidad (Problema 1.24 de libro))**

Considerar la señal periódica $x(t) = cos(\pi t)$ de período fundamental $T_0 = 2$ seg.

(a) ¿La señal expandida $x(t/2)$ es periódica? Si es periódica indicar su período fundamental.

(b) ¿ La señal comprimida $x(2t)$ es periódica? Si es periódica indicar su período fundamental.

(c) Usar MATLAB para graficar las dos señales anteriores, verificando los resultados analíticos.

(d) 1.22 de matlab