

**Ejercicio 1**

Indicar si los siguientes conjuntos son subespacios de  $\mathbb{R}^2$  o  $\mathbb{R}^3$  según corresponda

$$a) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : -x + y = 0 \right\}$$

$$b) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : -x + y = 1 \right\}$$

$$c^*) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \right\}$$

$$d) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x + y + 2z = 0 \right\}$$

**Ejercicio 2**

Demostrar las siguientes afirmaciones:

$$a) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : ax + by = 0 \right\} \text{ es un subespacio de } \mathbb{R}^2 \text{ para cualquier } a, b \in \mathbb{R}.$$

$$b) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : ax + by + cz = 0 \right\} \text{ es un subespacio de } \mathbb{R}^3 \text{ para cualquier } a, b \in \mathbb{R}.$$

**Ejercicio 3**

En cada uno de los siguientes ejemplos encontrar las condiciones que deben cumplir las componentes de los vectores para que pertenezcan al subespacio generado por U:

$$a) U = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$$

$$b) U = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$c)U = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$d)U = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$e*)U = \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

#### Ejercicio 4

$$\text{Sea } S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - x + y + z = 0 \right\}$$

Hallar dos conjuntos U y V diferentes que sean generadores de S.

#### Ejercicio 5

Si  $U = \{u_1, u_2\}$  es un generador de  $\mathbb{R}^2$ , determine si los siguientes conjuntos son generadores de  $\mathbb{R}^2$ :

- a)  $\{u_1, u_2, 0\}$
- b)  $\{u_1, u_2, u_1 - u_2\}$
- c)  $\{u_1\}$
- d)  $\{u_1, u_1 + u_2\}$

#### Ejercicio 6

Demostrar que S es un subespacio de  $\mathbb{R}^3$ , encuentre una base de S y determine su dimensión.

$$a*) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 3x + y - 2z = 0 \right\}$$

$$b) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x - y = 0 \right\}$$

$$c^*) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x - y = 0, z = 0 \right\}$$

$$d) S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : z = 0 \right\}$$

### Ejercicio 7

a\*) Demostrar que U es una base de  $\mathbb{R}^3$

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

b) Calcular las coordenadas en la base U de:

$$u = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 8

Justifica que los siguientes subconjuntos de  $\mathbb{R}^n$  son L.d

a)  $\{v_1, v_2 \dots v_p, 0\}$

b)  $\{v_1, v_2 \dots v_p, 5v_2\}$

c)  $\{v_1, v_2 \dots v_p, v_1 + v_2\}$

### Ejercicio 9\*

Indicar conjuntos de vectores en cada una de las siguientes condiciones:

a) Que sea base de  $\mathbb{R}^3$  que no contenga el vector  $(1, 0, 0)$ .

b) Que sea l.i pero que no sea generador de  $\mathbb{R}^3$ .

c) Que sea generador de  $\mathbb{R}^3$  pero no sea l.i.

- d) Que no sea ni l.i ni generador de  $\mathbb{R}^3$
- e) Que sea base de  $\mathbb{R}^3$  y contenga al vector  $(1,1,1)$ .
- f) Que sea l.d y contenga un subconjunto que sea base de  $\mathbb{R}^3$ .
- g) Que sea l.d y no contenga un subconjunto que sea base de  $\mathbb{R}^3$ .