Ejercicio 1

Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ calcular $< \vec{u}, \vec{v} >$, $||\vec{u}||$, $||\vec{v}||$ y $||\vec{u}+\vec{v}||$.

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2

Calcular el ángulo que forman los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3

Dados $\vec{u}$ y $\vec{v}$:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) Calcular $< \vec{u}, \vec{v} >$, $||\vec{u}||$,$||\vec{v}||$ y $||\vec{u}+\vec{v}||$. Además comprobar la desigualdad triangular y la desigualdad de Cauchy-Schwartz.

b) Comprobar que el ángulo formado por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{u}+\vec{v}$ es igual al ángulo formado por $\vec{v}$ y $\vec{u}+\vec{v}$ y vale $\frac{\pi}{4}$.

Ejercicio 4

Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ hallar un vector normal a ambos. Hallar el seno del ángulo entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 5

Dado los vectores $\vec{u} = (2,1,7)$, $\vec{v} = (1,1,3)$ y $\vec{v} = (1,1,2)$, calcular:

a) $< \vec{u}, \vec{v} >$, $||\vec{u}||$, $||\vec{v}||$ y $||\vec{u} \times \vec{v}||$.

(b) $(\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}))$ y $((\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w})$. Observar que el producto vectorial no es asociativo.

Ejercicio 6

La fuerza que experimenta un electrón en presencia de un campo magnético es proporcional al producto vectorial del vector velocidad y el vector campo magnético. Si un electrón se mueve a una velocidad de 3 m/s (metros por segundo) en la dirección del eje x (versor $\vec{i}$) en presencia de un campo magnético de 5 T (Tesla) en la dirección del eje y (versor $\vec{j}$):

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Sin realizar ninguna cuenta puede decir en que dirección estará la fuerza?

b) Realice el producto para obtener un vector proporcional a la fuerza.

Ejercicio 7

a) Probar que las rectas son perpendiculares

r= $\begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$

R= $\begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0 \\ 2x - y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$

b) Hallar las ecuaciones paramétricas e implícitas de la recta que pasa por el punto (4,4,4) y es perpendicular a $2x + y = 0$

Ejercicio 8*

a) Verificar que los siguientes planos son paralelos:

$2x - 3y + 6z = 14$ y $4x - 6y + 12z = -21$

b) Hallar las ecuaciones paramétricas e implícita del plano que pasa por P=(1,2,-1), es perpendicular al plano $3x + y - 2z = 8$ y paralelo a la recta r:

r=$\begin{cases} x = 2z + 2 \\ y = z \end{cases}$

Ejercicio 9*

a) Halle el ángulo entre las rectas:

$$r= \begin{cases} x = \lambda + 2 \\ y = x = 3\lambda + 1 \\ z = 5 + \lambda \end{cases}$$

$$R= \begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0 \\ 2x - y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$$

b) Averiguar si la recta r y el plano $2x - 4y - 6z = 1$ son paralelos.

Ejercicio 10*

Dados los planos:

$$\pi_1 = \begin{cases} x = 1 + \lambda + \mu \\ y = 2\lambda + \mu \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$$

$$\pi_2 = \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 - \lambda - \mu \\ z = \mu \end{cases}$$

a) Compruebe que el punto (1,0,1) corresponde a ambos planos y por ende a la intersección de los planos.

b) Halle la intersección entre los planos utilizando producto vectorial.