

Matemática 2

Práctico 4 *Rectas y planos*

Ejercicio 1

Hallar ecuaciones paramétricas y ecuaciones reducidas o implícitas de las siguientes rectas:

- (a) La que pasa por el punto $P = (1, 2, 5)$, con vector director $V = (2, 1, 3)$.
- (b)* La que pasa por los puntos $A = (4, 3, 0)$ y $B = (1, 0, 1)$.

Ejercicio 2

- (a) Averiguar si los puntos $(3, 1, -1)$, $(5, 2, 1)$ y $(5, 0, 0)$ pertenecen a la recta con las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = 1 + 2\delta \\ y = 2 - \delta \\ z = -2 + \delta \end{cases}$$

- (b) Repetir para los puntos $(-1, 0, 0)$, $(0, 1, 1)$ y $(1, -1, 1)$ y la recta que tiene ecuaciones reducidas:

$$\begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 2x - y + z + 2 = 0 \end{cases}$$

- (c)* Averiguar si los puntos $(1, 0, 2)$, $(-1, 1, 1)$ y $(3, -1, 1)$ están alineados. Si lo están, encontrar ecuaciones paramétricas y reducidas de la recta que determinan.
- (d) Repetir para $(1, 1, 1)$, $(1, 0, -1)$ y $(1, 2, 3)$.

Ejercicio 3

Hallar ecuaciones paramétricas y reducidas de los siguientes planos:

- (a) El que pasa por el punto $(1, 1, 1)$ y tiene como vectores directores a $(2, -1, 1)$ y $(1, 0, -1)$.
- (b) El que pasa por los puntos $(1, 1, 1)$, $(2, 2, 3)$ y $(1, 1, -2)$.

(c) El que pasa por el punto $(1, 1, 1)$ y contiene a la recta

$$\begin{cases} x + y + z + 2 = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

*Ejercicio 4

Determinar si las siguientes rectas son paralelas:

$$r_1 : \begin{cases} x = 5 + 2\delta \\ y = 2 - \delta \\ z = -7 + \delta \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 5

Hallar la intersección de los siguientes planos:

$$\pi_1 : \begin{cases} x = 1 - 2\delta + \mu \\ y = -1 - \delta + 2\mu \\ z = -2 - 2\delta - \mu \end{cases} \quad \pi_2 : 2x - 3y + 4z = -2$$

* Ejercicio 6

Hallar la intersección del plano y la recta:

$$\pi : \begin{cases} x = 2 - \delta + \mu \\ y = -1 - \delta + 2\mu \\ z = -2 - 2\delta - \mu \end{cases} \quad r : \begin{cases} x = \alpha \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = -1 - \alpha \end{cases}$$

Ejercicio 7

Se consideran los planos:

$$\pi_1 : \begin{cases} x = 1 + 2\delta + 2\mu \\ y = -3 + \delta - \mu \\ z = \delta + \mu \end{cases} \quad \pi_2 : 2x + y + z - 2 = 0$$

Y las rectas:

$$r_1 : \begin{cases} x = 3 + \alpha \\ y = 4 + \alpha \\ z = 1 - 3\alpha \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x + y - 3z + 6 = 0 \\ x + 2y - 4z = -8 \end{cases}$$

Hallar la intersección de cada una de las dos rectas con cada uno de los dos planos.

Ejercicio 8

Para cada una de las ternas de planos π_1, π_2 y π_3 que se proponen a continuación, hallar la intersección $\pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3$ de los tres planos. En caso de que la intersección sea vacía, estudiar las intersecciones dos a dos. Interpretar geoméricamente los resultados.

(a) $\pi_1 : y + z = 0, \quad \pi_2 : 2x - y - 2z = 5, \quad \pi_3 : 3x + 3y + 2z = 7$

(b) $\pi_1 : x + 2y - z = 2, \quad \pi_2 : 2x + y - 3z = 0, \quad \pi_3 : -2x - 4y + 2z = 3$

(c) $\pi_1 : x - 2y + z = 5, \quad \pi_2 : x + z = 3, \quad \pi_3 : x + 4y + z = 0$