Simulacro primer parcial

7/06/19

Ejercicio 1 (35%)

1. A la hora de realizar un producto de números complejos, ¿Qué forma resulta más conveniente? Justifique y calcule $(1+i)^2$.
2. Pruebe que $z * \bar{z} = |z|^2$ con z un número complejo. Ejemplifique con $z = 1 + 2i$.
3. Resuelva escribiendo los resultados en forma binomial. Escriba el conjugado y el opuesto de los resultados.

   a)i^{18}
   b)$\frac{1}{4-2i}$
4. Dado$z = \frac{1}{1+i}$. Calcular su módulo y su forma polar.
5. Descomponga en fracciones simples:

$$\frac{4}{x^3 - x^2 - 4x - 4}$$

Ejercicio 2 (35%)

1. Escriba la definición de bola abierta. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ y $a \in \mathbb{R}^2$ definir límite para f en a.
2. Determine si $f(x,y)$ es continua. Justifique.

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^2+y^2} & si \quad (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3. Sea $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ y $a \in \mathbb{R}^2$, defina vector gradiente y punto crítico.
4. Calcular el gradiente de $g(x,y) = xy * e^{2x}$. Halle sus puntos críticos.
5. Halle el punto para el cual $h(x,y) = 14x^2 - 2x^3 + 2y^2 + 4xy$ tiene un mínimo local. Halle el valor de la función en dicho punto.

Ejercicio 3 (30%)

1. Escriba la forma general de la transformada de Laplace para una función x(t).
2. Defina región de convergencia de la transformada de Laplace.
3. Halle la transformada de Laplace de $x(t) = -e^{-3t}u(-t)$ ¿Es $X(s)$ una función real o compleja?
4. Para obtener la transformada de Laplace de funciones trigonométricas es útil escribirlas como exponenciales. Escriba la forma de Euler para el seno y el coseno.