Matemática Discreta 1 - Universidad de la República - CENUR Noreste

PRIMER PARCIAL - 24 DE SETIEMBRE DE 2025.

Cédula	Nombre y apellido

IMPORTANTE

- La duración del parcial es de 3 horas.
- El parcial es individual, cualquier copia será denunciada.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- La comprensión de la letra es parte de la prueba.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- $\text{Sob}(m, n)$ es el número de funciones sobreyectivas de un conjunto de m elementos en otro de n.
- $S(m, n)$ es el número de Stirling de segunda especie.

Respuestas Múltiple Opción: rellenar con **A**, **B**, **C** o **D**					
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5	MO6

Correcta: 4 puntos. Incorrecta: -1 punto.
Sin responder: 0 punto.

Múltiple Opción

1. Hay 8 personas para trabajar en un bar. Se quieren formar dos turnos (uno matutino y uno vespertino), de manera que queden 4 personas en cada turno. Indicar la cantidad de formas de hacerlo.

A) $\frac{C_4^8}{2}$ **C**) $8!$
B) C_4^8 **D**) $\frac{8!}{2!}$

2. Indicar la cantidad de enteros positivos de n cifras, con $n \geq 4$, cuyos únicos dígitos son $1, 2$ y 3, y estos tres dígitos aparecen al menos una vez.

A) C_2^{n+2} **C**) $S(n, 3)$
B) $Sob(n, 3)$ **D**) 3^n

3. Indicar el coeficiente de x^5 en el desarrollo de la potencia $(x^3 + 2x - 1)^{10}$.

A) $-\frac{10!}{2!7!} \times 2^2 - \frac{10!}{5!5!} \times 2^5$ **C**) $\frac{10!}{3!7!} \times 2^2 + \frac{10!}{5!5!} \times 2^5$
B) $\frac{10!}{2!7!} + \frac{10!}{5!5!}$ **D**) $-\frac{10!}{3!7!} - \frac{10!}{5!5!}$

4. Indicar la cantidad de permutaciones de los dígitos de 1112223, que no tienen tres dígitos iguales en posiciones consecutivas.

A) 106 **C**) 140
B) 100 **D**) 120

5. Sean $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Indicar la cantidad exacta de funciones $f : A \to B$ que verifican que $f(a)$ es par.

A) 130 **C**) 60
B) 192 **D**) 108

6. Hallar la cantidad de permutaciones de los dígitos de 123456789 tales que los números pares están en su posición original y 1 aparece antes que 3.

A) 60 **C**) 5!
B) 30 **D**) $\frac{10!}{2!}$

Desarrollo

Importante: en cada parte se debe detallar el razonamiento utilizado para obtener el resultado pedido.

1. [8 puntos] Probar que existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que: $2^n \geq n^2$, para todo $n \geq n_0$, $n \in \mathbb{N}$. Utilizar inducción para probar la propiedad.

2. [8 puntos] Se quiere armar una bolsa con 17 bizcochos, pudiendo elegir entre cuatro tipos de bizcocho. Además, la bolsa debe contener: al menos 1 bizcocho de cada tipo y como mucho 5 bizcochos de cada tipo.

A) Expresar el problema como uno de contar la cantidad de soluciones enteras de una ecuación, con las restricciones que correspondan.

B) Hallar la cantidad de soluciones de la parte anterior. Expresar el resultado en términos de combinaciones sin repetición.