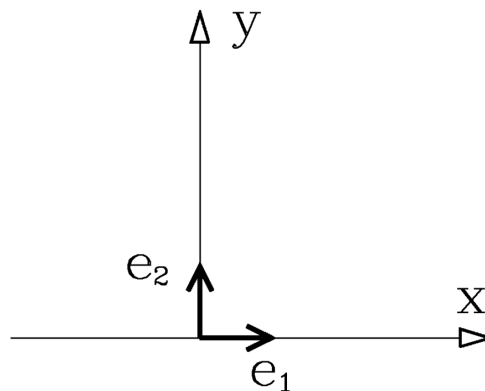

CINEMÁTICA PARTE 2

1. Un fluido describe un movimiento en la zona $y \geq 0$ con el siguiente campo de velocidades:

$$\mathbf{v} = Kx.\mathbf{e}_1 - Ky.\mathbf{e}_2 \quad (K > 0, K \text{ dato})$$

- a) Investigar si el movimiento es estacionario y si es incompresible.
- b) Hallar el movimiento. Deducir las ecuaciones de las trayectorias y hacer un croquis del movimiento, indicando el sentido de circulación del fluido.
- c) Probar que las partículas que en un instante están en una recta normal a uno cualquiera de los ejes, se ubican en otro instante en otra recta paralela a la primera.
- d) Se considera la parte del fluido que ocupa, en $t=0$, el cuadrado $[-a,a] \times [0,2a]$. Determinar la región ocupada por dicha parte en un instante $t > 0$.
- e) Hallar el campo de aceleraciones **por dos métodos diferentes**.
(El movimiento considerado puede interpretarse, en la zona próxima al origen O , como el movimiento de un fluido en presencia de la pared $y=0$, en la cual existe un punto de velocidad nula en O).



- 2.** Un fluido que ocupa todo el espacio excepto el eje (O, e_3) , describe un movimiento dado por el campo de velocidades:

$$\mathbf{v} = -\frac{Ky}{x^2+y^2} \mathbf{e}_1 + \frac{Kx}{x^2+y^2} \mathbf{e}_2 \quad (K \text{ constante no nula})$$

- a) Investigar si el movimiento es estacionario y si es incompresible.
 - b) Probar que las trayectorias son circunferencias centradas en (O, e_3) , y que el movimiento de cada partícula es circular uniforme.
 - c) Hallar el módulo de la velocidad de cada movimiento particular, probando que sólo depende de la distancia al eje (O, e_3) . Probar que el movimiento no es rígido. (Este movimiento se puede interpretar como un torbellino de eje (O, e_3)).
- 3.** Se tiene un movimiento cuyo campo de velocidades (supuesto conocido) en un sistema cartesiano es:

$$\mathbf{v} = C_1(t) \cdot (x + y) \mathbf{e}_1 + C_2(t) y^2 \mathbf{e}_2 + C_3(t) z \mathbf{e}_3$$

Calcular a partir de sus respectivas definiciones:

- a) Derivada local y total de las coordenadas x, y, z .
- b) Derivada local y total de los versores e_1, e_2, e_3 .
- c) Derivada local y total de un campo escalar conocido:
 $f(x, y, z, t) = t^2(x^2 + y^2 + z^2)$.
- c) Derivada local y total del campo de velocidades v .

Vincular claramente, justificando en cada caso, las derivadas totales solicitadas con las componentes del campo de velocidades.

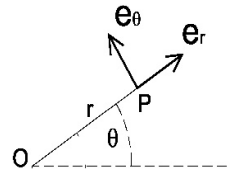
- 4.** Un cuerpo continuo describe un movimiento, determinado a partir del instante $t=0$, por el siguiente campo de velocidades:

$$\mathbf{v} = u \cdot \mathbf{e}_1 - gt \cdot \mathbf{e}_3 \quad (u, g \text{ constantes no nulas})$$

- a) Investigar si el movimiento es estacionario y si es incompresible.
- b) Hallar las trayectorias y las líneas de flujo. Reconocer las curvas halladas.
- c) Interpretación física del movimiento.

3. Se tiene un movimiento cuyo campo de velocidades (supuesto conocido) en un sistema polar es:

$$\mathbf{v} = v_\theta(r, t) \cdot \mathbf{e}_\theta$$



Calcular:

- a.1) Derivada local y total de las coordenadas r y θ

Se recuerda que para un punto de coordenadas $(r(t), \theta(t))$ la velocidad es:

$$\mathbf{v} = \dot{r} \mathbf{e}_r + r \dot{\theta} \mathbf{e}_\theta$$

- a.2) Derivada local y total de los versores $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$.

Sugerencia: utilizar la descomposición de $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$ en la base de versores cartesianos y el resultado de **a.1)** para luego volver a la base del sistema polar. :

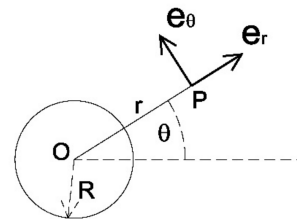
- a.3) Derivada local y total del campo de velocidades

- b) Repetir los cálculos de la parte **a)** para el campo de velocidades dado por la expresión:

$$\mathbf{v} = v_r(r, t) \cdot \mathbf{e}_r + v_\theta(r, t) \cdot \mathbf{e}_\theta$$

6. Un fluido describe un movimiento **plano**, en el exterior de un cilindro de radio R , dado por las ecuaciones (en el sistema cilíndrico de la figura):

$$\begin{cases} r = \sqrt{r_0^2 + 2K_1 t} \\ \theta = \theta_0 + \frac{K_2}{2K_1} \text{Log} \left(1 + \frac{2K_1 t}{r_0^2} \right) & (r_0 \geq R > 0, t \geq 0) \\ z = z_0, & (K_1 > 0, K_2 > 0, \text{constantes dadas}) \end{cases}$$



Hallar, en el sistema cilíndrico.:

- a) las ecuaciones de las trayectorias. Efectuar un croquis de las mismas.
- b) el campo de velocidades.
- c) el campo de aceleraciones.

- 7.** Un fluido describe un movimiento en la zona $x \geq 0$ con los siguientes campos de velocidades $\mathbf{v}$ y de temperaturas T :

$$\mathbf{v} = V_0.(1 - e^{-x/L}).\mathbf{e}_2$$

- a)** Bosquejar las superficies de nivel del campo de temperaturas (isotermas) encada instante si el mismo está dado por la expresión

$$T = T_0.(A^2.t^2 + \frac{x^2 - y^2}{a^2})$$

- b)** Hallar la ley horaria de la temperatura T que registra una partícula genérica, que en $t=0$ se encuentra en (x_0, y_0) . Calcular entonces directamente la derivada total de la temperatura.

- c)** Calcular $\frac{\partial T}{\partial t}$ y verificar el cálculo de $\frac{dT}{dt}$ hecho en **b)** por el teorema que vincula ambas derivadas.

- d)** Una sonda describe un movimiento rectilíneo uniforme de velocidad $\mathbf{v}_1 = u.\mathbf{e}_1 + w.\mathbf{e}_2$, $u \neq 0$, $w > 0$, partiendo del origen O en el instante $t=0$.

Hallar la ley horaria de la temperatura que registra la sonda. Calcular, en el instante t , su derivada respecto del tiempo: $\frac{\delta T}{\delta t}$. ¿Podría haberse llegado directamente a este resultado?

