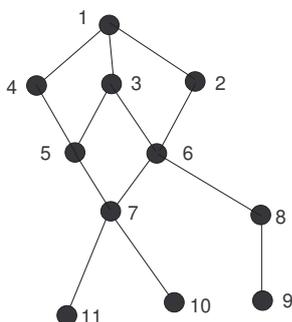


## Práctico 8: Órdenes parciales, diagramas de Hasse

Ref. Grimaldi Sección 7.3

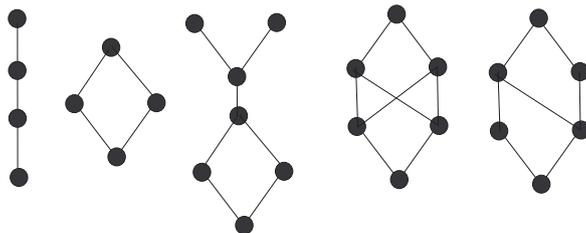
**Ejercicio 1.** Considere el conjunto de propiedades  $P = \{ \text{reflexiva, antisimétrica, transitiva} \}$ . Para cada subconjunto  $T$  de  $P$ , exhiba un ejemplo de una relación que satisfaga las propiedades de  $T$  y no satisfaga las de  $P \setminus T$ .

**Ejercicio 2.** Para ensamblar cierto producto hay que realizar las 11 tareas  $T_1, T_2, \dots, T_{11}$  en el siguiente orden parcial cuyo diagrama de Hasse se muestra en la figura. Escriba una lista de instrucciones de modo tal que, al ejecutarlas según la lista, el resultado final sea el producto correctamente ensamblado.



**Ejercicio 3.** Un empleado de un centro de cómputos, tiene que ejecutar 10 programas  $P_0, P_1, \dots, P_9$  que, debido a las prioridades, están restringidos a las siguientes condiciones:  $P_9 > P_7, P_2$ ;  $P_7 > P_6$ ;  $P_6 > P_4$ ;  $P_2 > P_8, P_5$ ;  $P_5 > P_3, P_0$ ;  $P_8 > P_3, P_4$ ;  $P_3, P_4, P_0 > P_1$ ; donde, por ejemplo,  $P_i > P_j$  significa que el programa  $P_i$  debe realizarse antes que el programa  $P_j$ . Determine un orden de ejecución de estos programas de modo que se satisfagan las restricciones.

**Ejercicio 4.** ¿Cuáles de los diagramas de Hasse de la figura representa un retículo?



**Ejercicio 5.** Demuestre que si  $A$  es un conjunto finito y  $\leq$  es un orden en  $A$  entonces  $A$  tiene algún elemento maximal y alguno minimal. Demuestre también que si  $(A, \leq)$  es un retículo y  $A$  es finito entonces  $A$  tiene mínimo y máximo. ¿Es cierto alguno de estos resultado si  $A$  es infinito? (en caso afirmativo dé una demostración y en caso negativo un contraejemplo).

**Ejercicio 6.** Para cada uno de los órdenes  $(A, \leq)$  siguientes, dibuje el diagrama de Hasse y determine si se trata de un retículo:

- (a)  $A = \{1, 2, 3, 4, 12\}$  y  $\leq$  es el orden de divisibilidad ( $x \leq y$  sii  $y$  es múltiplo de  $x$ ).
- (b)  $A$  es el conjunto de todos los subconjuntos de  $\{1, 2, 3\}$  y  $\leq$  es la inclusión  $\subseteq$ .

**Ejercicio 7.** Sea  $A$  el conjunto de naturales  $n$  mayores que 1 que dividen a 60. Sea  $R$  la relación en  $A$  definida por:  $aRb$  si  $a$  divide a  $b$ . ¿Es  $R$  un orden parcial? ¿total? ¿retículo? Halle todos los elementos maximales y minimales de  $(A, R)$ .