

# Teoría de circuitos

## Segundo Parcial

CURE

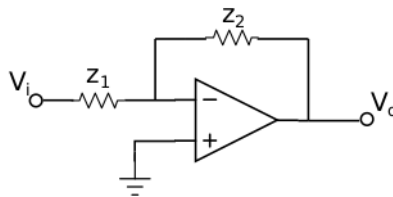
20 de Julio de 2019

### Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

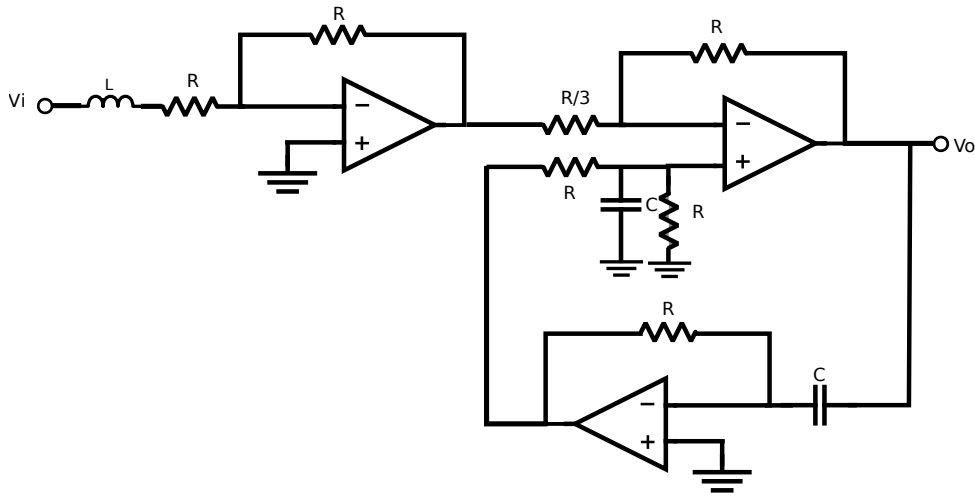
### Problema 1 [24 pts.]

- (a) Hallar la transferencia  $H_1(s)$  del circuito de la figura. Señale las hipótesis utilizadas en cada paso. ¿De qué configuración se trata?



- (b) Ahora si  $Z_1$  es una bobina y  $Z_2$  una resistencia ¿Qué operación implementa este bloque?. ¿Es posible encontrar otra configuración para la misma operación? De ser así, dibújela.
- (c) Si la entrada es un escalón unitario  $v_i(t) = Y(t)$ , ¿Cuál es la salida  $v_o(t)$ ?
- (d) ¿El sistema es estable? Justifique.

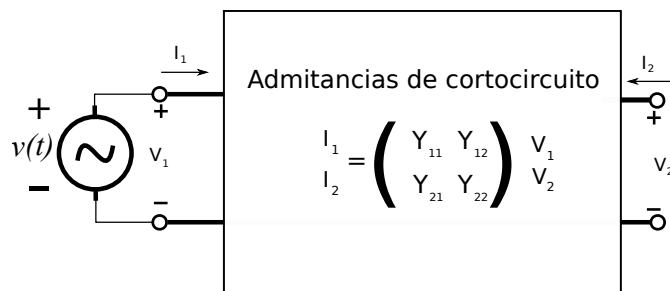
- (e) Reconocer bloques y calcular la transferencia  $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$  total del sistema de la figura:



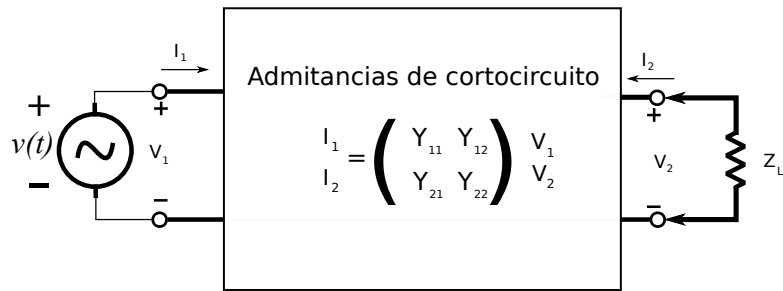
- (f) ¿El sistema es estable?. Fundamente su respuesta.

## Problema 2 [24 pts.]

- (a) Calcule la transferencia  $H(s) = \frac{V_2}{V_1}$  en función de las admitancias de cortocircuito del cuadripolo si en un par de terminales conectamos una fuente  $v(t)$  como se muestra en la figura y se deja desconectado (en vacío) el otro par de terminales.

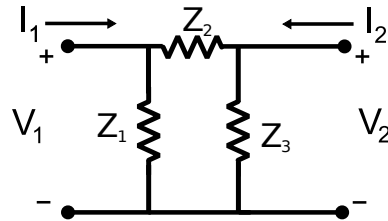


- (b) Calcule la transferencia  $H(s) = \frac{V_2}{V_1}$  en función de las admitancias de cortocircuito del cuadripolo si conectamos una fuente  $v(t)$  y una impedancia  $Z_L$  como se muestra en la figura.

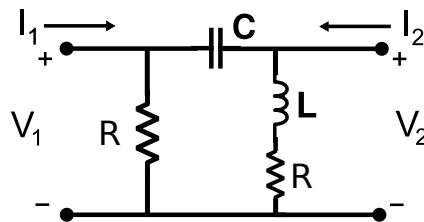


(c) Dado el cuadripolo  $\pi$  de la figura calcular los parámetros Y (admitancias de cortocircuito):

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

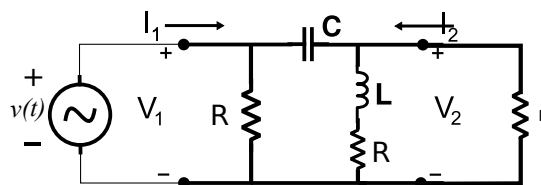


(d) Calcular los parámetros Y para el siguiente caso particular:



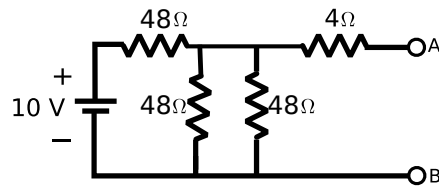
(e) Calcule la salida  $v_o(t)$  cuando la entrada  $v(t) = E.Y(t)$  es un escalón para el circuito de la figura. Datos:

- $R = 100\Omega$
- $L = 10mHy$
- $C = 5000\mu F$
- $E = 5V$



### Pregunta [12 pts.]

- (a) Defina impedancia vista, voltaje de vacío y enuncie el teorema de Thévenin.
- (b) Calcule el equivalente Thevenin del circuito de la figura:



- (c) Ahora queremos calcular el equivalente Norton del circuito. Defina y calcule la corriente de cortocircuito.

# Solución

## Problema 1

(a) Como  $Z_{in} = \infty$  del operacional, la corriente de entrada al operacional es 0. Como la ganancia  $A = \infty$ , entonces el voltaje  $V^+ = V^- = 0$ . Planteando el nodo:

$$\frac{V_{in}}{Z_1} = -\frac{V_0}{Z_2} \rightarrow H(s) = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

(b) Si  $Z_1 = Ls$  y  $Z_2 = R$  tenemos que:

$$H(s) = -\frac{R}{Ls}$$

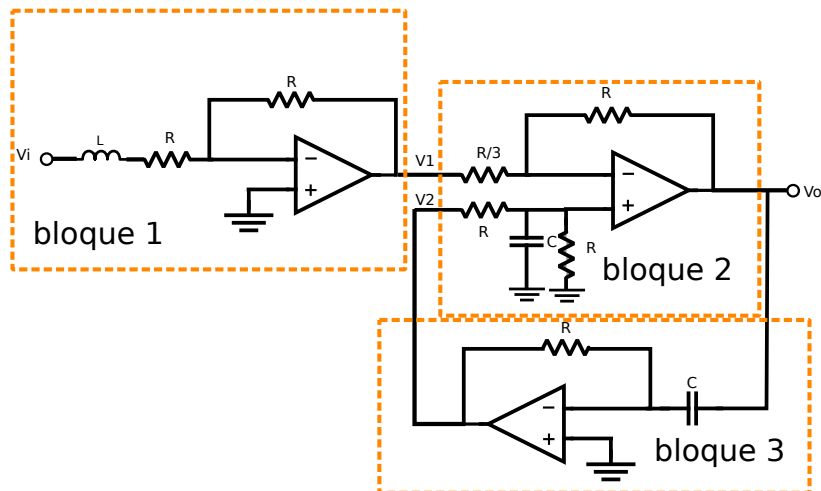
Es un integrador. Es posible realizar la misma operación utilizando un inversor como en este caso pero con un capacitor en lugar del a resistencia y una resistencia en lugar de la inductancia.

(c)

$$V_o(s) = -\frac{R}{Ls^2} \rightarrow v_o(t) = -\frac{Rt}{L}Y(t)$$

(d) Sistema inestable. La parte c es un ejemplo de una señal acotada a la cual el sistema responde de forma no acotada. Se puede llegar a la misma conclusión utilizando el criterio de estabilidad, tanto en el tiempo como en Laplace.

(e)



Bloque 1: Inversor

$$H(s) = -\frac{R}{R + Ls}$$

Bloque 3: Inversor

$$H(s) = -RCs$$

Bloque 2: Si llamamos  $V_1$  y  $V_2$  a las entradas y  $V_o$  a la salida planteamos el divisor de tensión:

$$V^+ = V^- = V_2 \frac{R}{(RCs + 1)(R + \frac{R}{RCs+1})} = \frac{V_2}{RCs + 2}$$
$$\frac{V_1 - V^+}{R/3} = \frac{V^+ - V_o}{R}$$

Despejando obtenemos:

$$V_o = 4V^+ - 3V_1 = \frac{4V_2}{RCs + 2} - 3V_1$$

Juntando los tres bloques obtenemos:

$$V_1 = \frac{V_i R}{R + Ls}$$
$$V_2 = V_o RCs$$
$$V_o = \frac{4V_o RCs}{RCs + 2} - 3 \frac{V_i R}{R + Ls}$$

Despejando obtenemos:

$$H(s) = \frac{\frac{R}{L}(s + \frac{2}{RC})}{(s + \frac{R}{L})(s - \frac{2}{3RC})}$$

(f) El sistema es inestable ya que tiene un polo con parte real positiva ( $p_0 = \frac{2}{3RC}$ ).

## Problema 2

(a) En vacío  $I_2 = 0$  por lo tanto:

$$0 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \rightarrow H(s) = -\frac{Y_{21}}{Y_{22}}$$

(b) Ahora se cumple que  $V_2 = -Z_L I_2$  por lo tanto:

$$-\frac{V_2}{Z_L} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \rightarrow -V_2 \frac{Y_{22}Z_L + 1}{Z_L} = Y_{21}V_1$$
$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Y_{21}Z_L}{Y_{22}Z_L + 1}$$

(c)

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=0} = -\frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} = -\frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=0} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$$

(d)

$$Y_{11} = \frac{1}{R} + Cs$$

$$Y_{12} = -Cs$$

$$Y_{21} = -Cs$$

$$Y_{22} = \frac{1}{R + Ls} + Cs$$

(e) Considerando las partes anteriores y sustituyendo:

$$H(s) = \frac{s(\frac{R}{L} + s)}{s^2 + (\frac{R}{L} + \frac{1}{RC})s + \frac{2}{LC}}$$

$$H(s) = \frac{s(1000 + s)}{s^2 + 10002s + 40000} \approx \frac{s(1000 + s)}{(s + 10000)(s + 4)}$$

$$V_o(s) = H(s)V_i(s) = \frac{s(1000 + s)}{(s + 10000)(s + 4)} \frac{5}{s} = \frac{5(1000 + s)}{(s + 10000)(s + 4)}$$

Haciendo fracciones simples obtenemos:

$$v_o(t) = [4.5e^{-10000t} + 0.5e^{-4t}]Y(t)$$

## Pregunta

(a) Ver notas del curso

(b)

$$Z_v = 4 + \left(\frac{3}{48}\right)^{-1} = 20\Omega$$

$$V_{AB} = 10V \frac{24}{48 + 24} = \frac{1}{3}$$

(c) La corriente de cortocircuito se puede calcular cortocircuitando los puntos A y B en el equivalente Thevenin:

$$I_{cc} = \frac{V_{AB}}{Z_v} = \frac{1}{3.20} = \frac{1}{60} A$$