

Teoría de circuitos

Primer Parcial 2025

CURE

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 4 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá comenzar cada problema o pregunta en una hoja nueva.
- Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 [15 pts.]

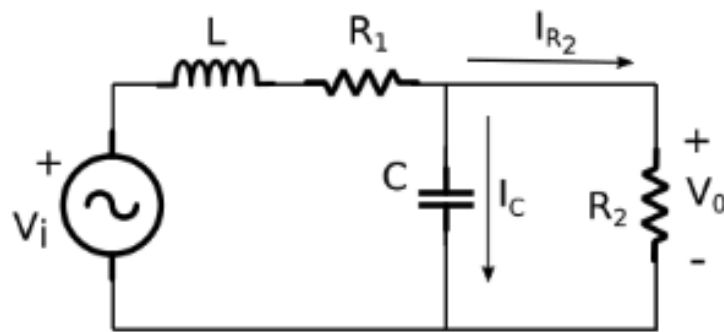


Figura 1: Circuito del problema 1.

- (a) La entrada es $v_i(t) = V_i \cos(100 \pi t)$, con $V_i = 220$ v. Los valores de los componentes son:
- $R_1 = 100 \Omega$
 - $R_2 = 10 \Omega$
 - $C = 10 \mu F$

- $L = 0.1 \text{ Hy}$

Realice el diagrama fasorial del circuito de la Figura 1 para V_i , I (corriente que atraviesa a L y R_1), I_c , V_o .

- Deduzca la salida en el tiempo $v_o(t)$. Fundamente su respuesta.
- Defina potencia activa, reactiva y aparente. Calcule la potencia consumida por el circuito.
- ¿Qué elemento utilizaría para compensar el consumo de potencia reactiva?. Justifique.

Problema 2 [15 pts.]

Considere la siguiente función de transferencia:

$$H(j\omega) = \frac{5\omega_0^2}{(j\omega)^2 + 2j\omega\omega_0 + \omega_0^2} \quad (1)$$

- Dibuje los diagramas de Bode (Módulo y Fase) asintóticos correspondientes, identificando magnitudes graficadas en cada eje y valores notables.
- Halle la diferencia en módulo (en dB) entre el diagrama asintótico y el diagrama real, en la frecuencia de resonancia.
- Si se le aplica una entrada al circuito $v_i(t) = \cos(10\omega_0 t)$, ¿Cuál será la salida $v_o(t)$? y si la entrada es $v_i(t) = \cos(0.1\omega_0 t)$?

Pregunta [10 pts.]

Deduzca la expresión del divisor de corriente y seleccione la opción correcta aplicado a I_2 .

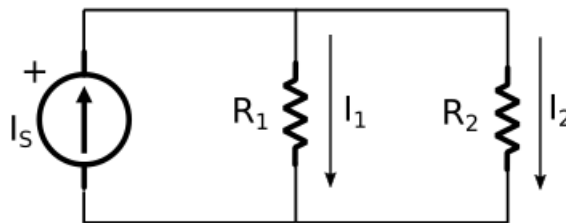
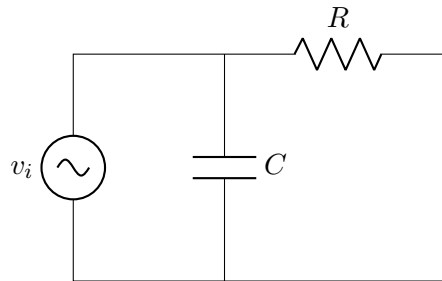


Figura 3

- a) $I_2 = \frac{R_1 I_S}{R_1 + R_2}$
- b) $I_2 = \frac{(R_1 + R_2) I_S}{R_1}$
- c) $I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_1 + R_2}$
- d) $I_2 = \frac{R_2 I_S}{R_1 + R_2}$

Pregunta [10 pts.]

Determine un elemento Z (inductancia, condensador o resistencia) y su valor, en función de C y R , de forma tal de compensar la potencia reactiva del siguiente circuito.



Solución

Problema 1

(a) Se hace el paralelo entre C y R_2 , y luego se aplica la div. de tension sobre esa impedancia(z_1), de donde se obtiene: $V_o = \frac{z_1 V_i}{L\omega j + R_1 + z_1}$.

- $V_o = 19,24e^{-0,31j}$ V
- $V_i = 220$ V
- $I_c = 0,06e^{1,26j}$ A
- $I_{R2} = 1,924e^{-0,31j}$ A

y se sabe ademas que deben cumplirse las siguientes ecuaciones del circuito:

- $V_o = I_c \frac{1}{C\omega j}$
- $V_o = I_{R2} R_2$
- $I = I_c + I_{R2}$

(b) Dado el fasor $V_o = 19,24e^{-0,31j}$, la salida en el tiempo, $v_o(t) = 19,24\cos(100\pi t - 0,31)$ V

(c) La potencia aparente es : $S = P + Qj$, donde $S = \frac{VI^*}{2}$ Por lo tanto, la potencia consumida por el circuito es, $S = 203,7 + 57,6j$ VA.

(d) Usando la **parte (c)**, se puede observar que la potencia reactiva Q , es distinta de 0. Esto se debe a que el circuito se encuentra descompensado en reactiva, por lo tanto hay que colocar un componente que haga esta potencia 0. El componente a colocar es un condensador en paralelo a la fuente.

Problema 2

(a) (a) **Diagramas de Bode (Módulo y Fase)**

La función de transferencia es:

$$H(j\omega) = \frac{5\omega_0^2}{(j\omega)^2 + 2j\omega\omega_0 + \omega_0^2}$$

Se trata de un sistema de segundo orden subamortiguado con $\zeta = 1$ y la frecuencia natural es ω_0 . A continuación se presentan los diagramas de Bode asintóticos:

- $\omega \ll \omega_0$:

- $H(j\omega) = \frac{5\omega_o^2}{(j\omega)^2} = \frac{5\omega_o^2}{-\omega^2} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{5\omega_o^2}{\omega^2} \Rightarrow |H(j\omega)|_{dB} = 20\log(5\omega_o^2) - 40\log(\omega)$

- $\arg(H(j\omega)) = -\pi \text{ o } \pi$

- $\omega \gg \omega_0$:

- $H(j\omega) = 5 \Rightarrow |H(j\omega)| = 5 \Rightarrow |H(j\omega)|_{dB} = 20\log(5)$

- $\arg(H(j\omega)) = 0 \text{ o } 2\pi$

- $\omega = \omega_0$:

- $H(j\omega_o) = \frac{-5j}{2} \Rightarrow |H(j\omega_o)|_{dB} = 20\log(\frac{5}{2})$

- $\arg(H(j\omega)) = \frac{-\pi}{2}$

$$\omega/\omega_0\omega_0$$

(b) Diferencia en módulo en $\omega = \omega_0$

El valor para $|H(j\omega)|_{dB}$ cuando $w \ll w_o$ menos el valor de $|H(j\omega_o)|_{dB}$, por lo tanto la distancia es: $|20\log(5) - 20\log(5/2)| = 20\log(2) \approx 6dB$

(c) Se sabe que la salida es $v_o(t) = |H(j\omega)|\cos(\omega t + \arg(H(j\omega)))$.

Cuando la entrada es:

$$v_i(t) = \cos(10\omega_0 t)$$

$$H(j\omega)|_{w=10w_o} = \frac{5}{-99+20j} \Rightarrow |H(j\omega)|_{dB} \approx -26.1 \text{ y } \arg(H(j\omega)) = -2.94.$$

Estos resultados se puede deducir a través del diagrama de Bode, mirando que el módulo decae -40dB por década y $10w_o$ esta una década arriba de w_o . Por lo tanto $v_o(t) = 0.04\cos(10w_o + -2.94)$. Se puede observa que la entrada es filtrada por el filtro, ya que la señal de entrada tiene una frecuencia mayor a la frecuencia de corte de la banda pasante del filtro.

Para el caso de $w = 0.1\omega_0$, es similar, lo que en este caso estamos una década por debajo de la frecuencia de corte, la señal de salida va a tener un amplitud y una fase aproximada a la del filtro, ya que la señal de entrada tiene amplitud unitaria.

Por lo tanto $v_o(t) = 4.9\cos(0.1w_o + -0.19)$

Pregunta

Se tiene que

$$I_s = I_1 + I_2$$

entonces

$$I_2 = I_s - I_1$$

. Como la fuente de corriente esta en paralela a las resistencias, aplicando ley de Ohm se tiene

$$V = I_s \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) = I_1 R_1$$

, despejando I_1 ,

$$I_1 = I_s \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

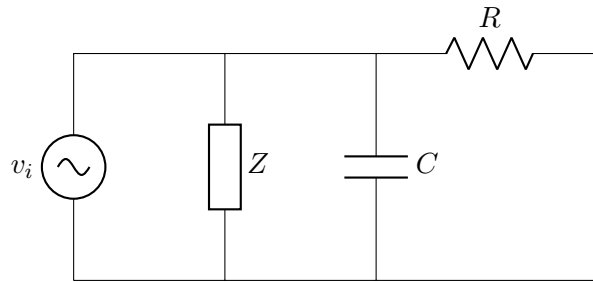
Por lo tanto,

$$I_2 = I_s \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = I_s \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

La opción correcta es la *a*).

Pregunta

El componente se tiene que conectar en paralelo a la fuente.



Para determinar el componente a conectar se calcula la potencia reactiva del circuito: $Q_c = \text{Im}(S) = \frac{-|V|^2 c \omega}{2}$, por lo tanto se tiene que conectar una bobina que consuma la potencia reactiva entregada por el condensador. El valor de la bobina tiene que cumplir que $|Q_L| = |Q_c|$:

$$\frac{|V|^2}{2L\omega} = \frac{|V|^2 c \omega}{2} \Rightarrow L = \frac{1}{c \omega^2}$$