

Teoría de circuitos

Primer Parcial

CURE

13 de Mayo de 2022

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá comenzar cada problema o pregunta en una hoja nueva.
- Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 [20 pts.]

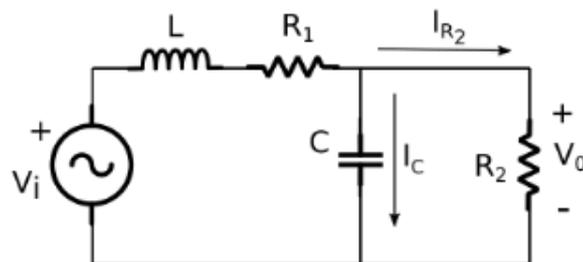


Figura 1.1

Datos:

- $v_{i1}(t) = 110 \cos(2\pi 50t) V$
- $R_1 = R_2 = 100 \Omega$
- $C = 10 \mu F$
- $L = 0.1 H$

- (a) Realice el diagrama fasorial con todos los fasores involucrados en el circuito de la figura 1.1. Ahora mencione los cambios en el diagrama fasorial si la entrada fuera $v_{i2}(t) = 220 \text{ sen}(2\pi 50t)V$
- (b) Demostrar que la transferencia $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{1/LC}{j\omega^2 + j\omega(1/R_2C + R_1/L) + \frac{R_1}{R_2CL} + 1/LC}$.
- (c) Deducir $v_o(t)$. ¿Cuál sería $v_o(t)$ si la entrada fuera $v_{i1}(t) + v_{i2}(t)$?
- (d) Definir potencia activa, reactiva y aparente. Calcular la potencia consumida por el circuito. ¿Qué elemento utilizaría a los efectos de compensar el consumo de potencia reactiva? Indique su valor y donde lo colocaría en el circuito.

Problema 2 [10 pts.]

Considere la siguiente función de transferencia:

$$H(j\omega) = \frac{10\omega_0(j\omega)}{(j\omega + \omega_0)^2} \quad (1)$$

- (a) Dibuje los diagramas de Bode (Módulo y Fase) asintóticos correspondientes, identificando magnitudes graficadas en cada eje y valores notables
- (b) Halle la diferencia en módulo (en dB) entre el diagrama asintótico y el diagrama real, en la frecuencia de corte
- (c) Suponga que cuenta con un circuito que tiene la función de transferencia bajo análisis. Si se le aplica una entrada al circuito $v_i(t) = \cos(10\omega_0t)$ ¿Cuál será la salida $v_o(t)$?

NOTA: Fundamente todos los cálculos e hipótesis realizadas

Problema 3 [10 pts.]

En el circuito de la figura 1 el capacitor se encuentra inicialmente descargado y la llave (sw) abierta. En un instante $t=0$ se cierra la llave:

- (a) Halle el voltaje en el capacitor en el dominio de Laplace $V_C(s)$
- (b) Halle la abscisa de convergencia para $V_C(s)$
- (c) Halle $V_C(t) \forall t > 0$
- (d) Halle el voltaje en bornes de la fuente de corriente $\forall t > 0$

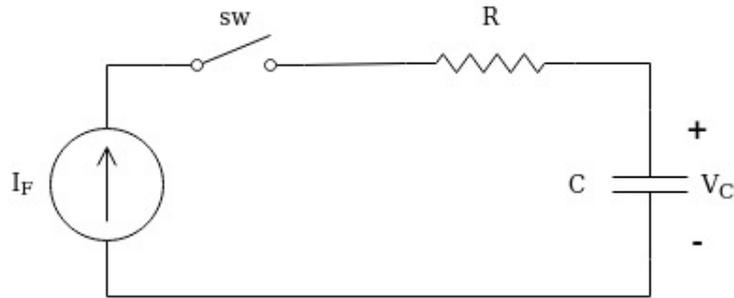


Figura 1: Circuito RC

Solución

Problema 1

(a) Haciendo el paralelo(z) entre C y R_2 . Luego aplicando el divisor de tension sobre esa impedancia obtenemos: $V_o = \frac{V_i z}{Ljw + R_1 + z}$.

$$V_{R2} = V_o = 55e^{-17,4^\circ j}$$

$$I_C = \frac{V_c}{jwC} = 0,18e^{72,6^\circ j}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = 0,55e^{-18,4^\circ j}$$

$$I_L = I_{R1} = I_c + I_{R2} = V_c(1/R_2 - cwj) = 0,6e^{-0,38^\circ j}$$

$$V_{R1} = I_{R1}R_1 = 6,0e^{-0,38^\circ j}$$

$$V_L = I_L Ljw = 18,8e^{89,62^\circ j}$$

Luego con la entrada $v_i2(t)$ la diferencias es que el diagrama fasorial queda todo rotado $\pi/2$ en sentido antihorario y las magnitudes x2.

(b) Haciendo el paralelo entre C y R_2 y luego aplicando el divisor de tensión sobre esa impedancia se llega a la transferencia pedida.

(c) Si la entrada es $v_i1(t) = 110\cos(\omega t)$, la salida es la misma amplificada por el módulo de la transferencia del sistema, y con un desfase que es el argumento de la transferencia, es decir $v_o1(t) = 110|H(j\omega)|\cos(\omega t + \arg(H(j\omega)))$. Si la entrada es $v_i2(t) = 220\sin(2\pi 50t)V$, la salida es $v_o2(t) = 220|H(j\omega)|\sin(\omega t + \arg(H(j\omega)))$. Como el sistema es lineal, una combinación lineal de las entradas es una combinación lineal de las salidas.

(d) La potencia aparente se define como $S = \frac{VI^*}{2} = (P + Qj)VA$. Donde P es la potencia activa y $[P] = W$, y Q es la potencia reactiva $[Q] = VAR$

$S = \frac{V_i I^*}{2} = \frac{|I_L|^2}{2z_T} \rightarrow P > 0$ y $Q < 0$. Por lo tanto el circuito esta entregando potencia reactiva. Para compensar ponemos una bobina en paralelo con la

fuerza. El valor de la bobina debe cumplir la condición: z_{T2} (impedancia total del circuito luego de colocar un inductor en paralelo a la fuerza), tal que $Im(z_{T2}) = Im\left(\frac{wL_{comp}j*Z_T}{wL_{comp}j+Z_T}\right) = 0$

Problema 2

(a) $H(jw) = \frac{10w_o(wj)}{(w_o+wj)^2}$

1- $w \ll w_o$

$$H(jw) = \frac{10w_o(wj)}{(w_o)^2} = \frac{10jw}{w_o}$$

$$|H(jw)|(dB) = 20[\log(10/w_o) + \log(w)]$$

$$Arg(H(jw)) = 90^\circ \text{ ó } -270^\circ$$

2- $w \gg w_o$

$$H(jw) = \frac{10w_o}{(wj)}$$

$$|H(jw)|(dB) = 20[\log(10w_o) - \log(w)]$$

$$Arg(H(jw)) = -90^\circ \text{ ó } 270^\circ$$

(b) $|H(jw_o)| = \frac{10w_o^2j}{w_o+w_oj} = 5$

$$|H(jw_o)|(dB) = 20\log(5)dB$$

$$|H(jw)|_a = \left|\frac{10w_oj}{w_o}\right| = 10 \rightarrow |H(jw)|(dB) = 20dB$$

$$|H(jw)| - |H(w_oj)|_a = 20\log(5) - 20 = 20(\log(5) - 1) = -6dB$$

(c) $v_o(t) = |H(10w_oj)\cos(10w_ot + arg(H(j10w_o)))|$, dado que estoy trabajando muy por arriba de la frecuencia de corte, no se pierde precisión por usar la aproximación correspondiente de $H(jw)$.

$$H(10w_oj) \frac{10w_o}{10w_oj} = -j \rightarrow |H(j10w_o)| = 1$$

$$Arg(H(10w_oj)) = -90^\circ$$

$$\rightarrow v_o(t) = \cos(10w_ot - \pi/2)$$

Problema 3

(a) Dado que el condensador está descargado $V_C(t=0) = 0, \forall t > 0$ tenemos el equivalente en Laplace del circuito, $V_C(s) = \frac{1}{C_s} \frac{I_F}{s}$.

(b) Recordando que $V_C(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} v_C(t)e^{-st}dt = \frac{I_F}{C} \frac{1}{s^2}$ la integral converge o existe siempre que $s > 0$

(c) Usando la tabla de transformada de Laplace obtenemos que $v_C(t) = Y(t)t\frac{I_F}{C}, \forall t > 0$

(d) $v_F(t) = v_R(t) + v_C(t) = Y(t)RI_F + Y(t)t\frac{I_F}{C}$