

MATEMÁTICA DISCRETA 1 - 2025

Segundo Parcial

Jueves 29 de mayo de 2025

Apellido, Nombre	Firma	Cédula

Ejercicio 1. Encontrar la solución a_n a la ecuación en recurrencias:

$$a_n - 8a_{n-1} + 15a_{n-2} = 8n - 22, \quad n \geq 3$$

que satisface las siguientes condiciones iniciales: $a_1 = 3$, $a_2 = 12$.

Ejercicio 2. Una empresa de arquitectura debe construir edificios de apartamentos de n pisos. Para reducir costos, han decidido que cada piso puede tener exactamente 1, 2 o 3 apartamentos. Sea a_n el número de formas diferentes de diseñar un edificio de n pisos bajo estas restricciones.

- a. Calcule a_1 , a_2 y a_3 enumerando todas las posibilidades.
- b. Establezca una relación de recurrencia para a_n (con $n \geq 4$) y justifique su respuesta.
- c. Resuelva la relación de recurrencia obtenida para encontrar una fórmula cerrada para a_n .
- d. Calcule a_5 usando tanto la relación de recurrencia como la fórmula cerrada, y verifique que ambos métodos dan el mismo resultado.

Ejercicio 3. Si $A = \{1, 2, 3, 4\}$, dé un ejemplo de una relación $\mathcal{R}$ sobre A que sea:

- a. Reflexiva y simétrica, pero no transitiva.
- b. Reflexiva y transitiva, pero no simétrica.
- c. Simétrica y transitiva, pero no reflexiva.
- d. Para cada uno de los casos anteriores, dibuje el digrafo (grafo dirigido) correspondiente a la relación.

Ejercicio 4. Una empresa de desarrollo de videojuegos debe completar 8 tareas para lanzar su nuevo juego: $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8$. Debido a dependencias técnicas, estas tareas deben seguir ciertas restricciones de orden: T_1 debe completarse antes que T_3 y T_4 ; T_2 debe completarse antes que T_4 y T_5 ; T_3 debe completarse antes que T_6 y T_7 ; T_4 debe completarse antes que T_7 ; T_5 debe completarse antes que T_8 ; T_6 debe completarse antes que T_8 .

- a. Dibuje el diagrama de Hasse que representa esta relación de orden parcial.
- b. Identifique todos los elementos minimales y maximales del orden parcial.
- c. Proporcione un orden total que extienda este orden parcial (es decir, una secuencia válida para completar todas las tareas).
- d. Determine si existen elementos a y b en el conjunto de tareas tales que no son comparables entre sí (es decir, ni $a \leq b$ ni $b \leq a$). Si existen, proporcione un ejemplo.