Modelos de optimización para aplicaciones forestales

CENUR Noreste y Facultad de Ingeniería. UdelaR

2024

Datos generales del curso

- Docentes del curso: Héctor Cancela, Virginia Morales, Diego Passarella, Pedro Piñeyro, Víctor Viana.
- Colaboración en propuesta inicial: Juan Pedro Posse.
- Horarios: lunes a viernes, 9 a 13hs, 15 a 17hs
- Espacio virtual de aprendizaje: `https://eva.interior.udelar.edu.uy/course/view.php?id=1537`
- Programa del curso disponible en EVA
- Clase 1: Introducción a los Modelos Cuantitativos.
- Clase 2: Modelos de Programación Lineal.
- Clase 3: Modelos de Programación Entera y Programación Entera Mixta
- Clases 4 y 5: Optimización Multi-objetivo y otros temas avanzados

Características del curso

- Objetivos: Introducir al uso de métodos de optimización para la toma de decisiones en el contexto de la producción forestal.
- Metodología: enfoque teórico-práctico. En las sesiones de las mañanas se presentará material teórico, enfoques de modelado y resolución, y ejemplos de aplicación. En las tardes, los participantes trabajarán con el apoyo de los docentes para modelar y resolver problemas específicos.
- Evaluación: continua. Los ejercicios se pueden resolver en las sesiones de la tarde (o a domicilio). Se deberá entregar para cada ejercicio un mini-informe explicativo de la solución planteada e interpretación de los resultados obtenidos, y eventualmente archivos auxiliares.
- Para aprobar el curso, se requiere cumplir el 75 % de la asistencia y alcanzar los objetivos planteados para cada una de las unidades.

Introducción a los Modelos Cuantitativos

¿Qué es un modelo?

- Una representación que se construye para poder estudiar, comprender y/o predecir una cierta realidad.
- Es necesario identificar que cosas de esa realidad son de interés para lo que queremos estudiar.
- Implica una simplificación de una realidad que suele ser compleja aplicando abstracción y suposiciones.

Beneficios de un modelo

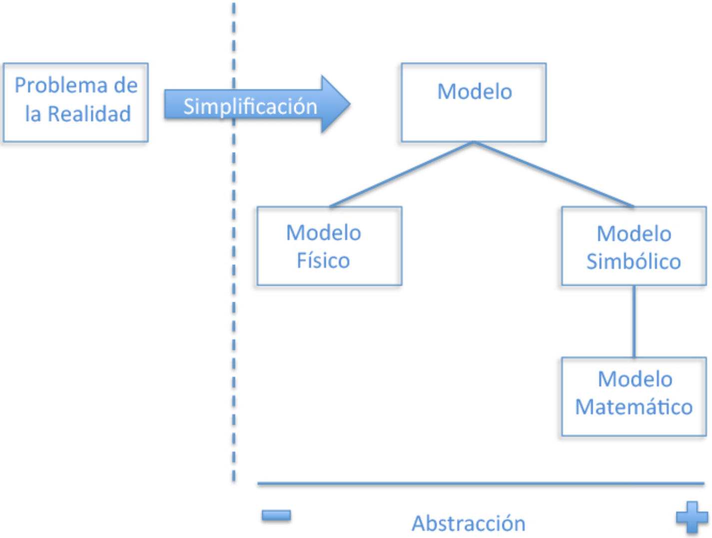
- La mayoría de las veces no se puede experimentar con la realidad porque es imposible o muy costoso.
- Obtener un mayor entendimiento del problema al revelar relaciones que no son aparentes.
- Permite investigar diferentes caminos de acción a un bajo costo de dinero y de tiempo.
- Ofrece un apoyo a la toma de decisiones con un enfoque científico.

¿Cómo debe ser un modelo?

- Completo y realista tanto como sea posible y necesario: incorporar los objetos y relaciones esenciales del problema que queremos estudiar.
- Fácil de entender y de usar: poder identificar que cosas de la realidad se están modelando y poder tener resultados comprensibles en un tiempo razonable (facilidad de resolución).
- Independiente de los datos de un caso concreto.
- Suele haber más de un modelo correcto para una misma realidad. Un modelo más compacto (menos variables y restricciones) puede ser más eficiente de resolver, pero más difícil de entender y mantener.
- Lo más importante es que **el modelo sea útil** (esto no implica necesariamente que sea lo más realista posible).

- **Físicos**: Analizar la realidad mediante objetos físicos. Requiere el diseño de experimentos con alto grado de intervención humana en su ejecución. Es generalmente costoso, no siempre es posible.
- **Simbólicos**: Analizar la realidad mediante entidades abstractas (expresiones verbales o matemáticas). Requiere de mayor habilidad para expresar lo esencial de la realidad en un lenguaje determinado. Suele haber poca intervención humana en la resolución. Requiere de interpretación de resultados. En general se pueden explorar alternativas a un bajo costo.

Clasificación de modelos



Modelos Matemáticos

- Modelos Cuantitativos vs Cualitativos.
- Modelos Determinísticos vs Estocásticos. Incertidumbre.
- Modelos prescriptivos (optimización), descriptivos (simulación, aprendizaje), predictivos (pronósticos).
- Herramientas de modelado: grafos y redes; procesos estocásticos; programación matemática; teoría de juegos; simulación estadística (Monte Carlo), simulación continua y a eventos discretos; modelos de aprendizaje automático; etc.

Modelos Cuantitativos y Optimización

- Modelo matemático cuyos símbolos representan cantidades numéricas y sus relaciones.
- Programa Matemático: Un modelo cuantitativo que involucra:
  - conjuntos
  - variables de decisión
  - parámetros
  - función objetivo
  - restricciones
- La palabra “programa” hace referencia a la planificación de los recursos para optimizar un cierto objetivo cumpliendo con ciertas restricciones.

Modelos de Programación Matemática

- Clasificación:
  - Programación Lineal (LP)
  - Programación Entera (IP)
  - Programación Lineal y Entera (MILP)
  - Programación No Lineal (NLP)
  - Programación No Lineal y Entera (MNLP)
- La clasificación es importante para la resolución.
- Debido al tamaño y la dificultad suelen emplearse las computadoras para plantearlos y resolverlos.

Construcción de un Programa Matemático

Definición del Problema

- Analizar la realidad para lograr una comprensión lo suficientemente precisa posible de la situación a resolver.
- Entrevistas y análisis de datos.
- Descripción verbal del problema.
- Definir el alcance del modelo a construir (lista de suposiciones).
- Definir que datos son necesarios y como relevarlos.

Definición del Problema

- Nivel de planificación: estratégico, táctico, operacional.
- Tipo de decisión: programada, no programada.
- Incertidumbre en los datos: información + errores.
- Impacto en la organización y riesgos.

Nivel de Planificación

Características	Planificación estratégica	Planificación táctica	Control de operaciones
Objetivo	Adquisición de recursos	Utilización de recursos	Ejecución
Plazo	Largo	Mediano	Corto
Nivel gerencial	Alto	Medio	Bajo
Alcance	Amplio	Medio	Estrecho
Fuente de información	Externa & Interna		Interna
Grado de incertidumbre	Alto	Moderado	Bajo
Riesgo	Alto	Moderado	Bajo

Formulación del Modelo

- Traducir a lenguaje matemático cuantitativo la descripción verbal del problema a resolver.
- Definir:
  - Conjuntos
  - Variables de decisión
  - Parámetros
  - Función objetivo
  - Restricciones

Conjuntos

- Agrupaciones lógicas de entidades del sistema.

Variables de decisión

- Aquellas cantidades para las que se puede determinar su valor, porque están bajo el control del que toma las decisiones.
- Son las cantidades que me interesa optimizar cumpliendo ciertas condiciones, es decir las respuestas que se están buscando de un problema.
- Pueden surgir variables del modelo que no estaban presentes en el análisis inicial.

Variables de decisión

- Cantidad a producir.
- Cantidad a vender.
- Cantidad de horas-persona.
- Cantidad de materiales.
- Niveles de inventario.
- Cuando realizar una actividad.
- Donde ubicar una actividad productiva.
- Asignación de personas a proyectos.

Parámetros

- Aquellos valores que surgen del análisis de la realidad, y que no están bajo el control de quien toma las decisiones.
- La diferencia entre variable de decisión y parámetro puede ser difícil de determinar, por ejemplo el precio de venta de un producto o la demanda a satisfacer.

Parámetros

- Distancias.
- Superficie de áreas disponibles para actividades productivas.
- Costo variable de producir.
- Costo fijo de realizar una actividad.
- Costo de configuración de una máquina.
- Costo de mantener en inventario.
- Precio o ganancia neta de venta.
- Demanda a satisfacer de un producto.
- Capacidad máxima de producción, cosecha, etc.
- Capacidad máxima de almacenamiento.
- Cantidad mínima para una actividad.

Función objetivo

- Expresión que se quiere optimizar (minimizar o maximizar) y que vincula las variables de decisión con algunos de los parámetros (costos o ganancias).
- Para un determinado problema puede haber más de un objetivo posible a seleccionar (objetivo único o múltiples objetivos).
- Se debe tener presente que los valores que no están relacionados a las variables, no son optimizables.
- Puede haber situaciones en donde no haya una función a optimizar que resulte de forma natural de la descripción del problema.

Función objetivo

- Minimizar costos de producción.
- Maximizar la ganancia.
- Maximizar la cantidad a producir.
- Minimizar los tiempos de producción.
- Minimizar las cantidades de materiales.
- Minimizar cambios de producción.
- Maximizar el uso de materiales.
- Minimizar(Maximizar) cantidad de empleados.
- Minimizar el impacto ambiental.

Función objetivo

- min (max) $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + c_5x_5$
  - variables: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5
  - parámetros: c_1, c_2, c_3, c_4, c_5
- min (max) $\sum_{t=1}^{5} c_t x_t$.

Multiples objetivos

- Como determinar un objetivo a partir de varios objetivos que se quieren optimizar.
- No existe una manera única de tratar con múltiples objetivos.
- Enfoques comunes:
  - Tratar a todos los potenciales objetivos salvo uno de ellos como restricciones.
  - Combinación lineal con todos los potenciales objetivos, considerando un peso para cada uno de ellos.
- Considerar múltiples objetivos puede ser una buena forma de validar un modelo.

No existe objetivo

- Puede haber situaciones en donde no sea necesario optimizar algo, pero sí la necesidad de encontrar una solución que respete todas las restricciones (solución factible), dada la complejidad de resolución del problema.

Restricciones

- Expresiones matemáticas que involucran variables y parámetros que representan las condiciones que debe cumplir la solución que buscamos.
- Muchas veces requieren de esfuerzo y habilidad para formular las restricciones del problema de forma cuantitativa.
- La cantidad y la forma de las restricciones inciden de manera importante en la dificultad de resolución del modelo.
- A las soluciones que cumplen con todas las restricciones del modelo, se las denomina **soluciones factibles**.

Restricciones

- Limitaciones en la capacidad de producción.
- Demanda que se debe satisfacer.
- Relaciones de balance entrada/salida.
- Cantidad de recursos materiales, financieros o humanos disponibles.
- Consideraciones de calidad o sociales que se deben respetar.
- Conjunto de valores posibles que pueden tomar las variables de decisión.
- **No negatividad de las variables**.

Restricciones

- Por distintas circunstancias puede ser necesario “suavizar” una restricción para adecuarla a situaciones en que hay flexibilidad: se permite producir “un poco” por arriba de la capacidad; se está dispuesto a “no cumplir exactamente” con la demanda estipulada.
- Para atender la necesidad de suavizar las restricciones suele ser necesario agregar variables, nuevas restricciones y modificar la función objetivo.

Restricciones

- Restricción inicial (dura): $\sum_{j=1}^{J} a_{ij}x_j = b_i, \forall i \in I$
- Restricción suavizada: $\sum_{j=1}^{J} a_{ij}x_j + u_i - v_i = b_i, \forall i \in I$

Consideraciones para construir un buen modelo

- Que sea fácil de entender, fácil de detectar errores y fácil de resolver.

- Que sea fácil de entender, fácil de detectar errores y fácil de resolver.
- Tener en cuenta buenas prácticas de nomenclatura para los distintos componentes. (usual: x,y,z - v.decisión; a,b,c,d - parámetros; i,j,k - índices).

Consideraciones para construir un buen modelo

- Que sea fácil de entender, fácil de detectar errores y fácil de resolver.
- Tener en cuenta buenas prácticas de nomenclatura para los distintos componentes. (usual: x,y,z - v.decisión; a,b,c,d - parámetros; i,j,k - índices).
- Un modelo compacto puede ser más eficiente a la hora de su resolución, pero más difícil de entender y de interpretar su solución.

Consideraciones para construir un buen modelo

- Que sea fácil de entender, fácil de detectar errores y fácil de resolver.
- Tener en cuenta buenas prácticas de nomenclatura para los distintos componentes. (usual: x,y,z - v.decisión; a,b,c,d - parámetros; i,j,k - índices).
- Un modelo compacto puede ser más eficiente a la hora de su resolución, pero más difícil de entender y de interpretar su solución.
- Tener en cuenta las unidades de medida de los distintos componentes para evitar problemas numéricos con la resolución.

Consideraciones para construir un buen modelo

- Que sea fácil de entender, fácil de detectar errores y fácil de resolver.
- Tener en cuenta buenas prácticas de nomenclatura para los distintos componentes. (usual: x,y,z - v.decisión; a,b,c,d - parámetros; i,j,k - índices).
- Un modelo compacto puede ser más eficiente a la hora de su resolución, pero más difícil de entender y de interpretar su solución.
- Tener en cuenta las unidades de medida de los distintos componentes para evitar problemas numéricos con la resolución.
- Tener en cuenta la importancia de la linealidad del modelo para su resolución.

Recolección y análisis de datos

- La recolección de los datos necesarios para el modelo es una de las tareas más importantes y difíciles, que suele consumir mucho tiempo.
- Puede ser necesario analizar un volumen de datos importante (datos históricos) y emplear técnicas estadísticas para determinar valores (pronósticos, regresión).
- Ciencia de Datos, Aprendizaje Automático.

Resolución

- Se suele usar paquetes informáticos que ofrecen un lenguaje para describir el modelo, utilidades para facilitar el ingreso de datos, algoritmos eficientes (solvers), y facilidades para desplegar y analizar los resultados.
- El uso de paquetes informáticos facilitan las tareas de mantenimiento, detección de errores y resolución de un modelo cuantitativo.
- Ejemplos:
  - GAMS `http://www.gams.com/`
  - GLPK `http://www.gnu.org/software/glpk/`
  - CPLEX `http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/index.html`
  - Gurobi `http://www.gurobi.com/index`
  - LINDO `http://www.lindo.com/`
  - MS Excel, Libre Office.

Validación

- Análisis de la solución del modelo, para comprobar su veracidad y el impacto en la organización en su implantación.
- Es necesario experimentar con el modelo. Considerar instancias con diferentes características, representativas y de casos de borde.
- Pruebas incrementales, comenzando con instancias pequeñas.
- Pruebas de carga o esfuerzo.
- Tres posibles situaciones:
  - No factibilidad: restricciones contradictorias.
  - No acotado: valor objetivo ilimitado.
  - Existe solución: análisis de sensibilidad.
- ¿Qué sucede si hay múltiples soluciones óptimas?

Ejemplos

- Un ejemplo ficticio - “problema del agricultor”.
- Ejemplo - SSP - CLAIO 2024
- Ejemplo - proyecto Sistema Nacional de Áreas Protegidas - CLAIO / ALIO-INFORMS 2010