

# Modelado del sistema nervioso

- Modelos de toma de decisiones -

MODELOS Y SIMULACIÓN DE SISTEMAS BIOLÓGICOS



# Contenidos

**1**

**Introducción**

**2**

**Modelo de  
deriva-difusión**

**3**

**Tarea**



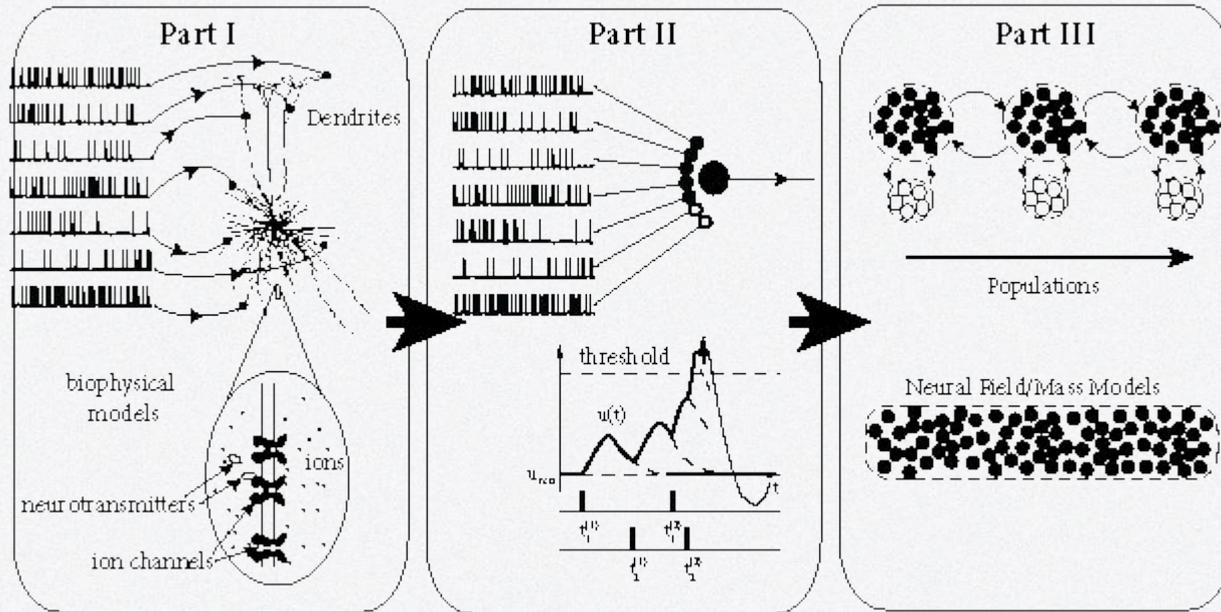


**1**

# Introducción

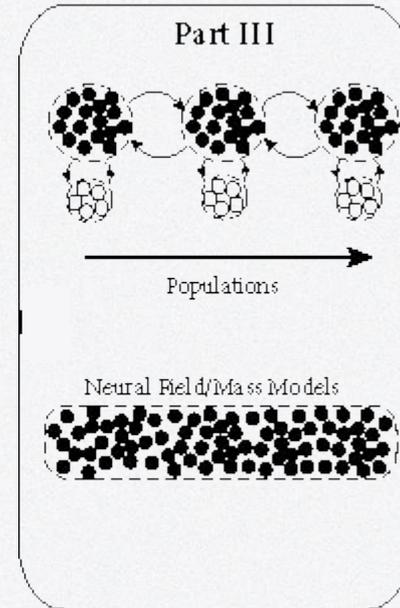
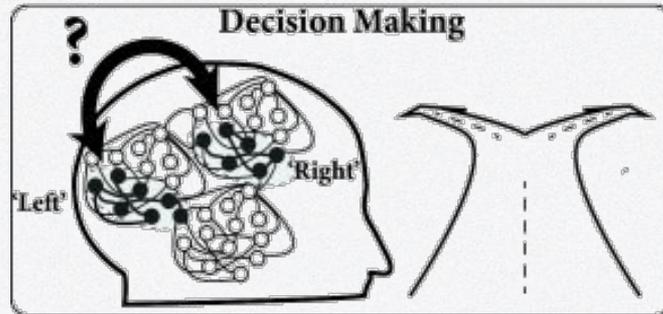
Toma de decisiones

# Introducción



Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*.

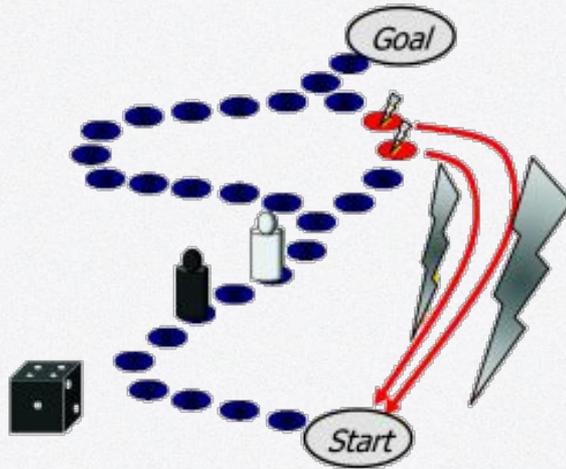
# Introducción



Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*.

# Introducción

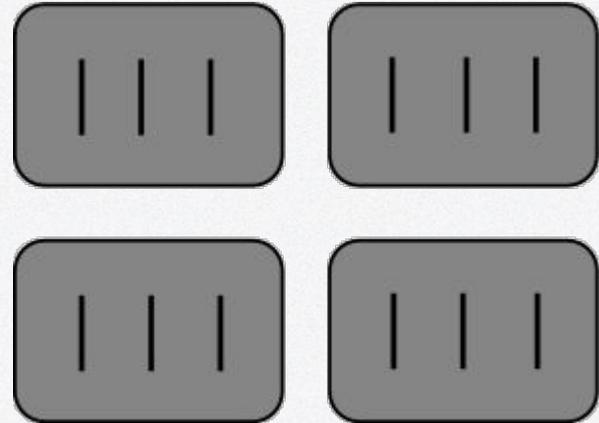
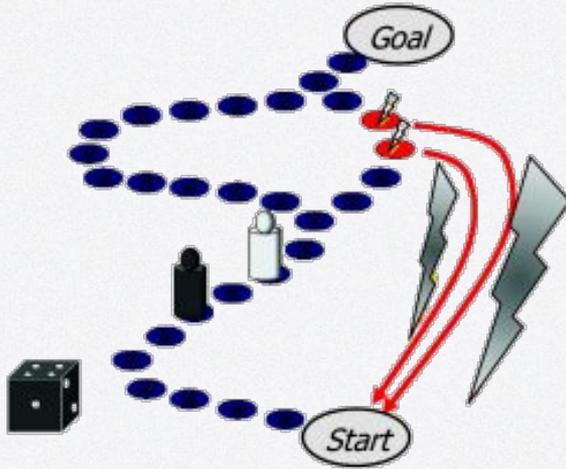
## TOMA DE DECISIONES



Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*.

# Introducción

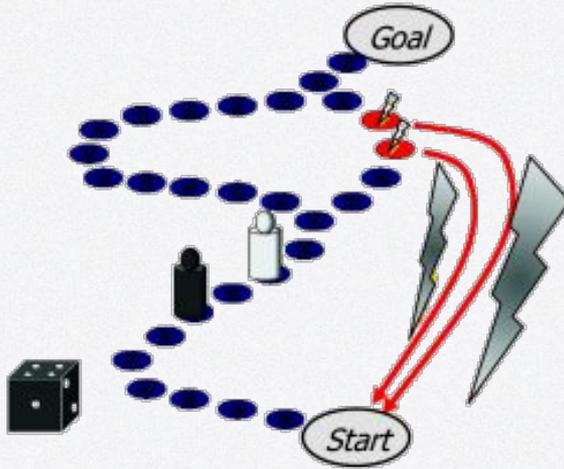
## TOMA DE DECISIONES



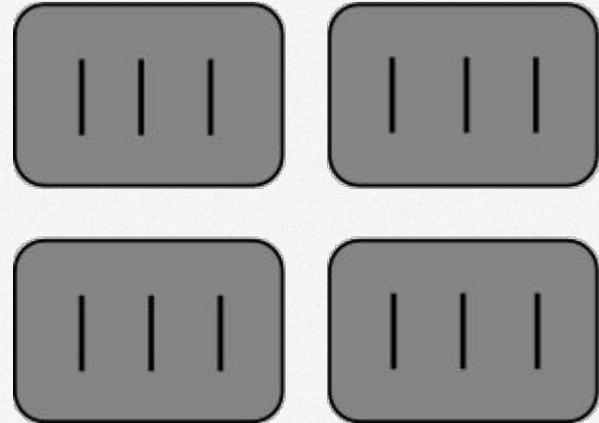
Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*.

# Introducción

## TOMA DE DECISIONES



### Toma de decisiones perceptual

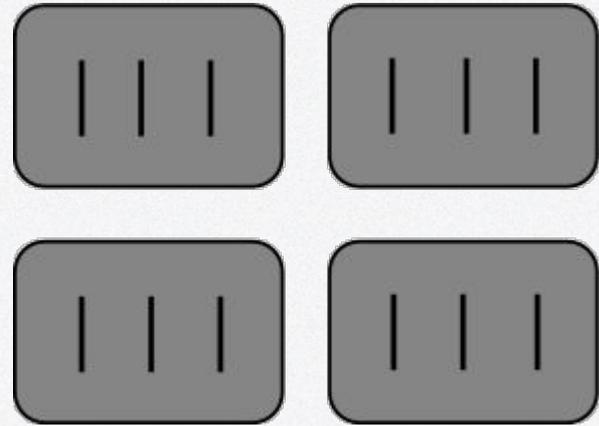


Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*.

# Introducción

## TOMA DE DECISIONES PERCEPTUAL

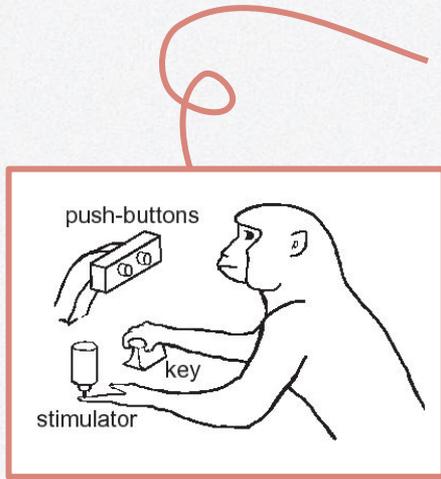
Decisiones perceptuales → aquellas en las que el objetivo es categorizar información sensorial ambigua (o ruidosa).



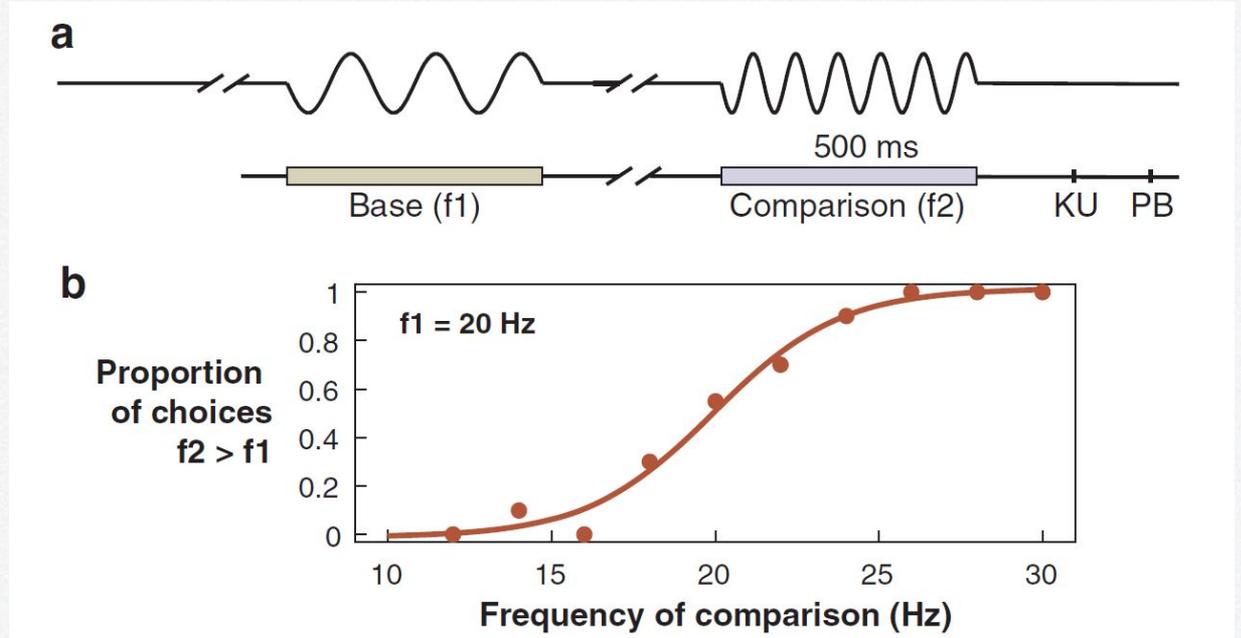
Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*.

# Introducción

¿CÓMO MEDIR LA PERCEPCIÓN?



**Tarea:** discriminación de frecuencia vibrotáctil

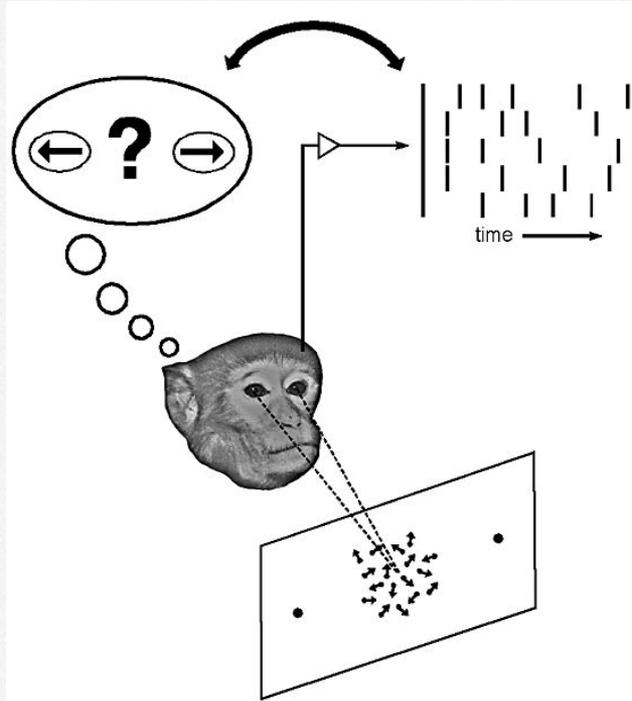


Extraído y modificado de: Gold, J. I., & Shadlen, M. N. (2007). The neural basis of decision making.

# Introducción

## PARADIGMA EXPERIMENTAL

**Tarea:** discriminación de dirección de movimientos de puntos aleatorios.



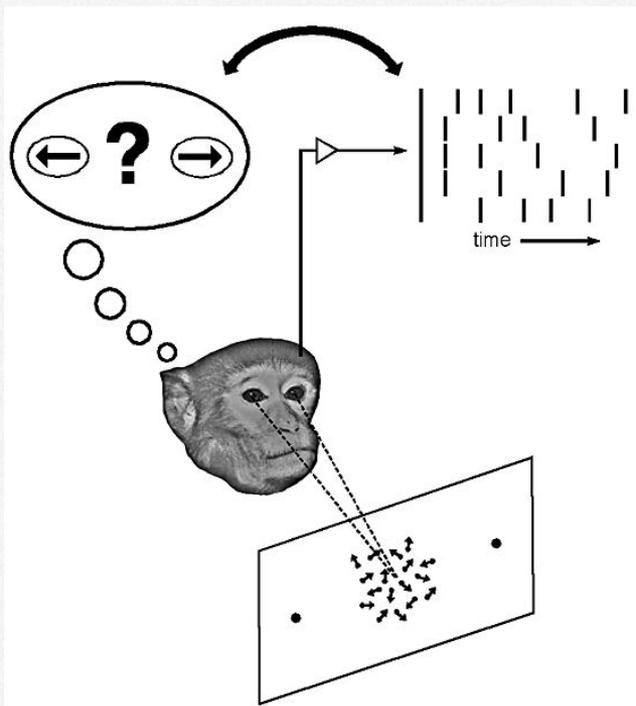
El mono o el humano decide entre dos posibles direcciones de movimiento (opuestas) que se conocen de antemano.

# Introducción

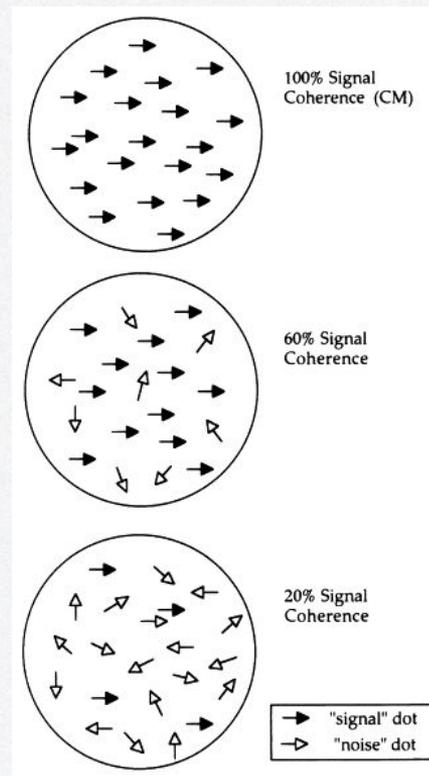
## PARADIGMA EXPERIMENTAL

**Tarea:** discriminación de dirección de movimientos de puntos aleatorios.

El mono o el humano decide entre dos posibles direcciones de movimiento (opuestas) que se conocen de antemano.

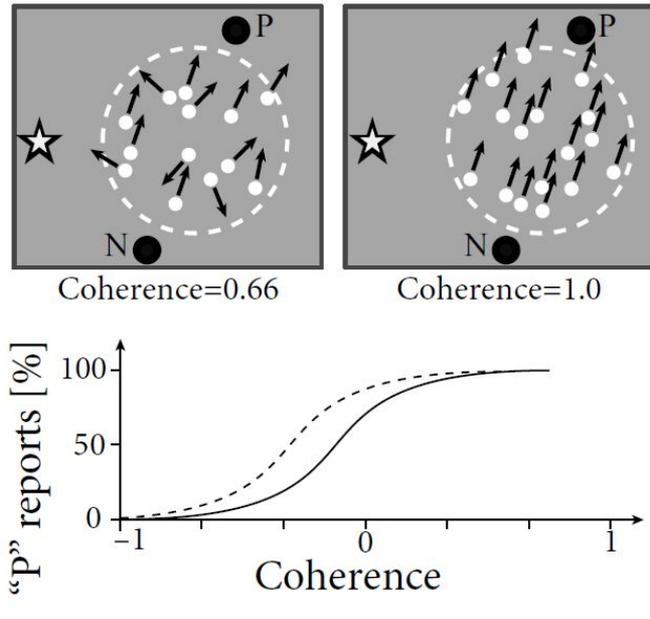


**Dificultad:** coherencia de la señal



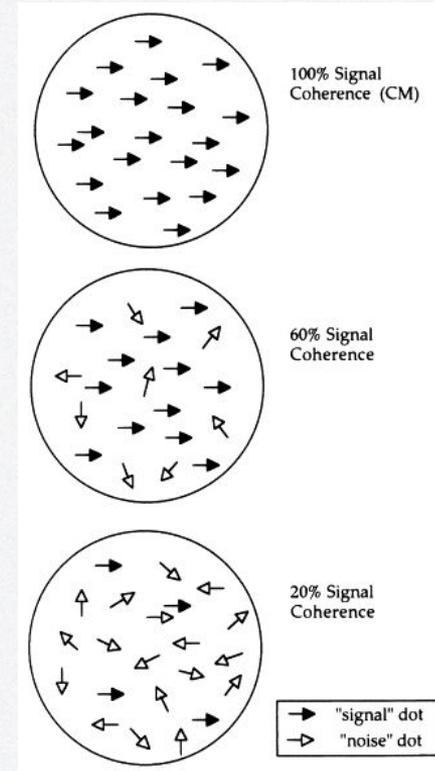
# Introducción

## PARADIGMA EXPERIMENTAL



Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*.

Dificultad: coherencia de la señal

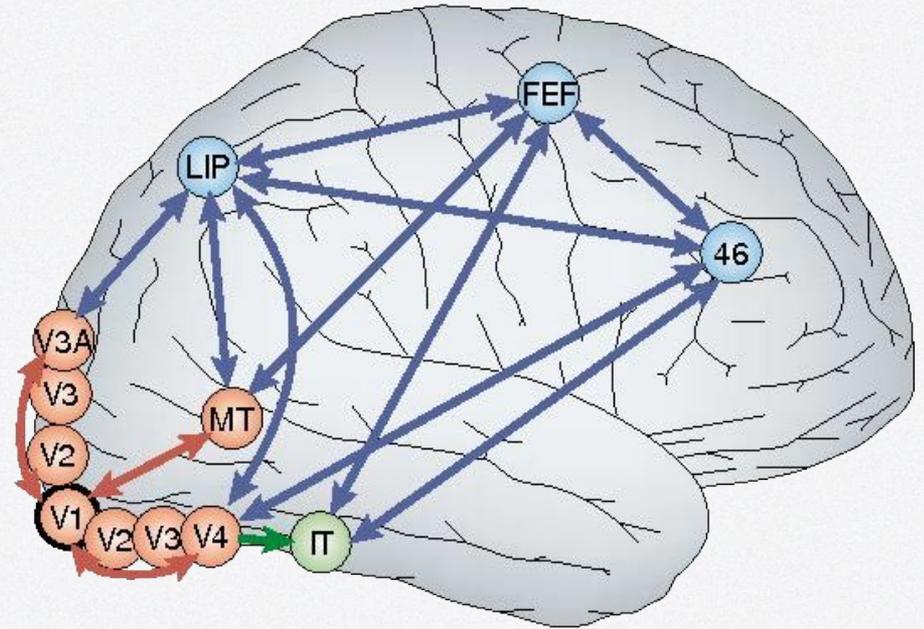


# Introducción

## PERCEPCIÓN DEL MOVIMIENTO

- V1: señales sensoriales
- MT/V5 (Middle Temporal): señales sensoriales/perceptuales, respuesta al estímulo de movimiento
- LIP (Lateral Intra-Parietal): etapa de integración, decisión variable
- FEF (Frontal Eye Field): es una región cortical que interviene en el control de los movimientos sacádicos.

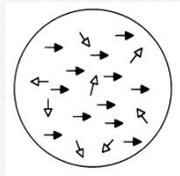
### Corteza visual



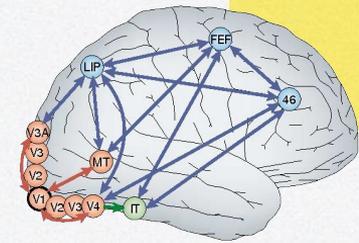
# Introducción

## PERCEPCIÓN DEL MOVIMIENTO

Movimiento

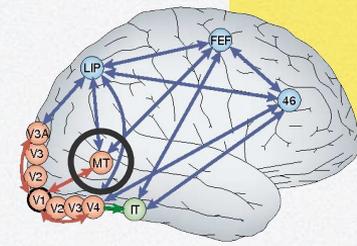


Dirección (derecha-izquierda)  
Fuerza (% coherencia)



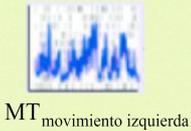
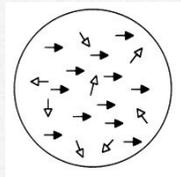
# Introducción

## PERCEPCIÓN DEL MOVIMIENTO

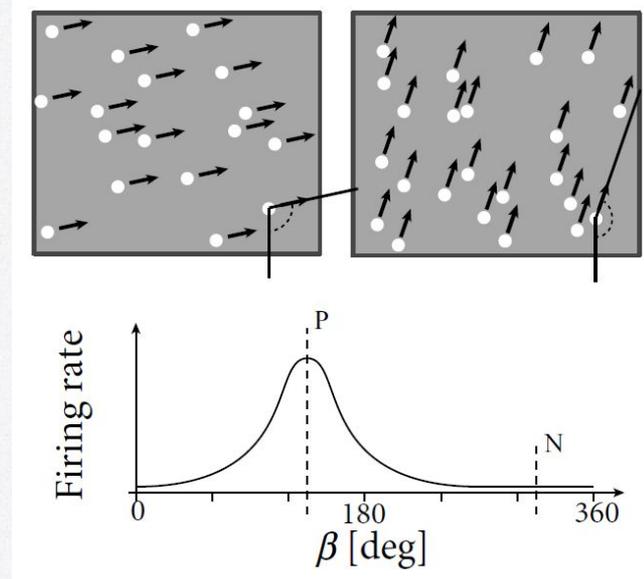


Movimiento

Etapa 1: área MT  
Detección de movimiento



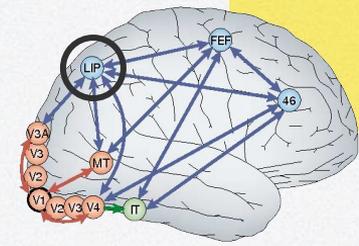
Dirección (derecha-izquierda)  
Fuerza (% coherencia)



Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*.

# Introducción

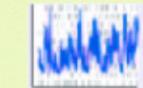
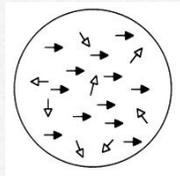
## PERCEPCIÓN DEL MOVIMIENTO



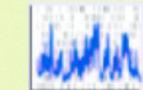
Movimiento

Etapa 1: área MT  
Detección de movimiento

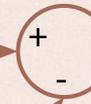
Etapa 2: área LIP  
Integración de evidencia sensorial



MT movimiento derecha



MT movimiento izquierda



LIP opción derecha

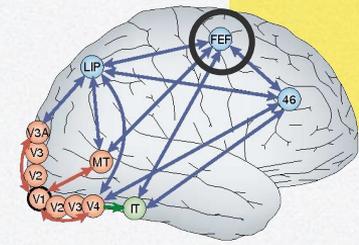


LIP opción izquierda

Dirección (derecha-izquierda)  
Fuerza (% coherencia)

# Introducción

## PERCEPCIÓN DEL MOVIMIENTO

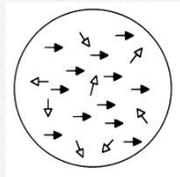


Movimiento

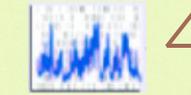
Etapa 1: área MT  
Detección de movimiento

Etapa 2: área LIP  
Integración de evidencia sensorial

Etapa 3: área FEF  
Salida motora, categorización



MT movimiento derecha



MT movimiento izquierda



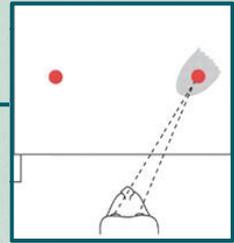
LIP opción derecha



LIP opción izquierda



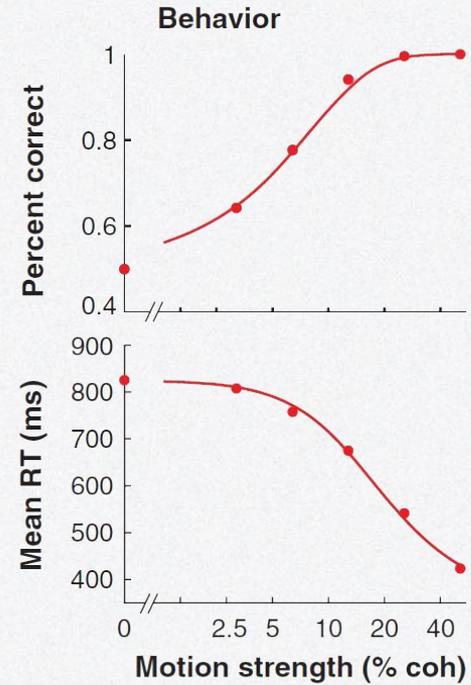
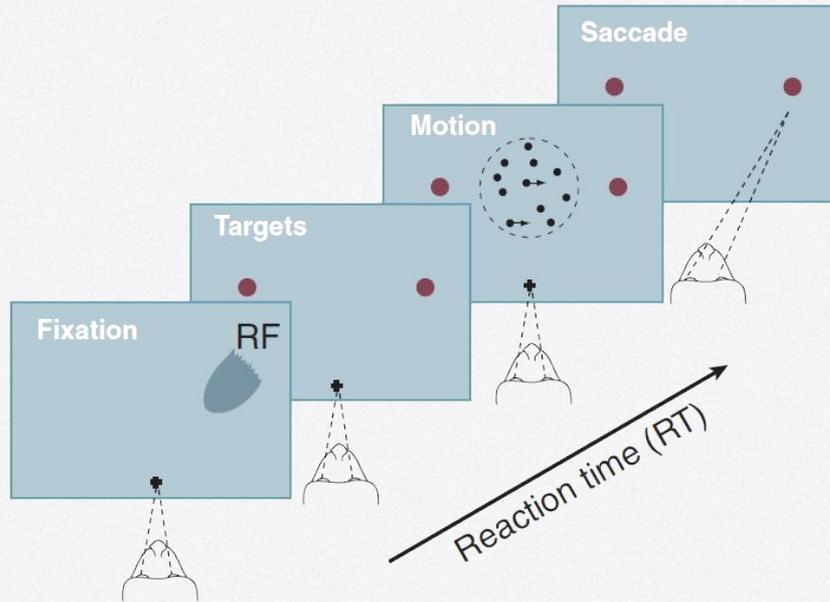
Movimiento  
sacádico



Dirección (derecha-izquierda)  
Fuerza (% coherencia)

# Introducción

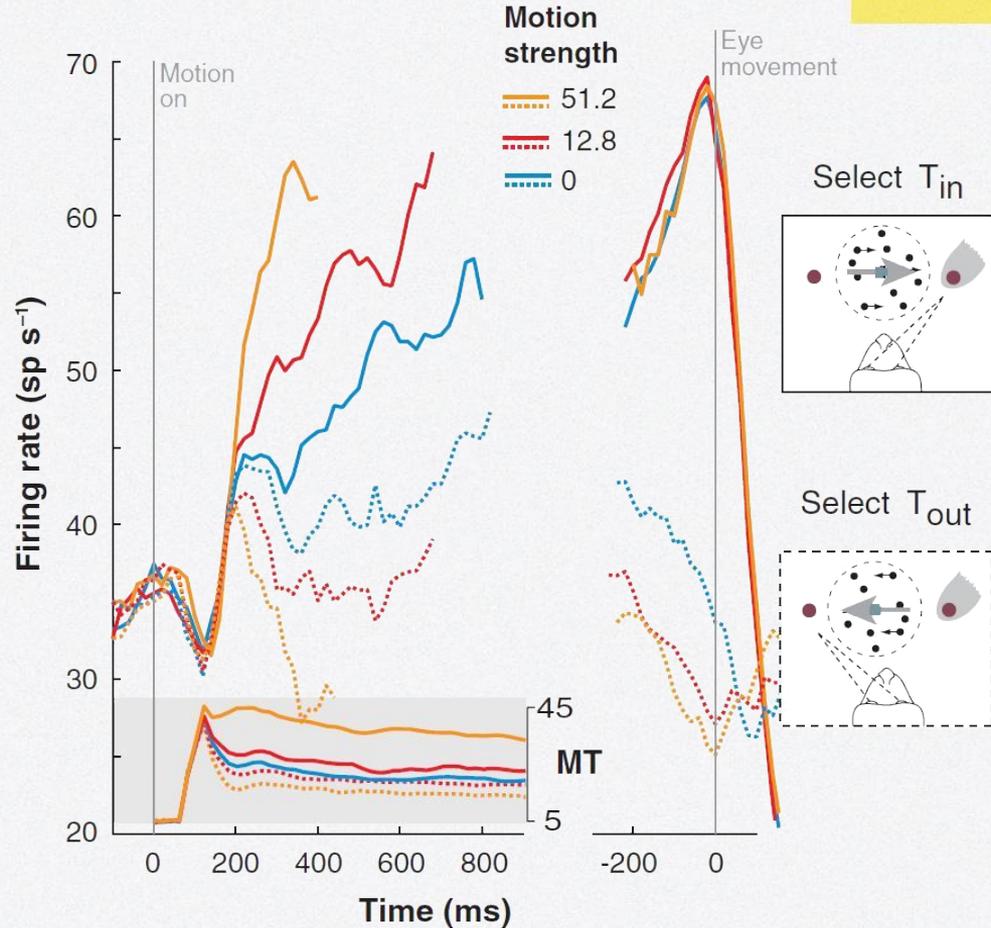
## PERCEPCIÓN DEL MOVIMIENTO



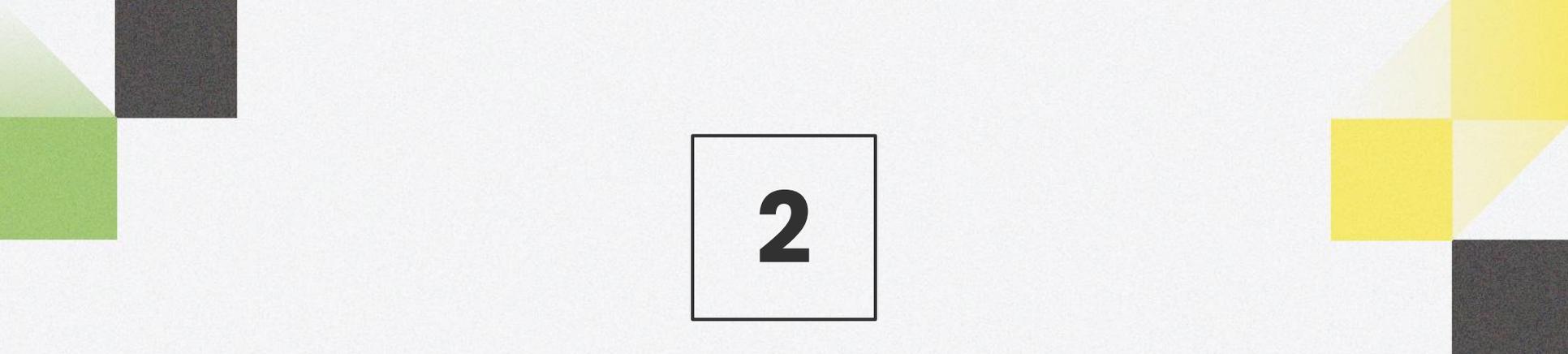
Extraído y modificado de: Gold, J. I., & Shadlen, M. N. (2007). The neural basis of decision making.

# Introducción

## PERCEPCIÓN DEL MOVIMIENTO

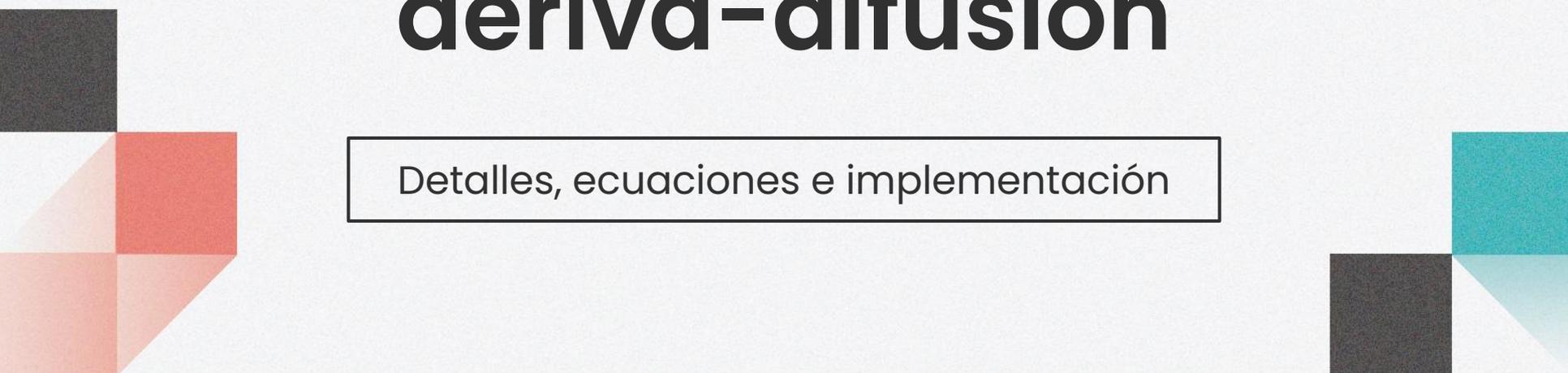


Extraído y modificado de: Gold, J. I., & Shadlen, M. N. (2007).  
The neural basis of decision making.



2

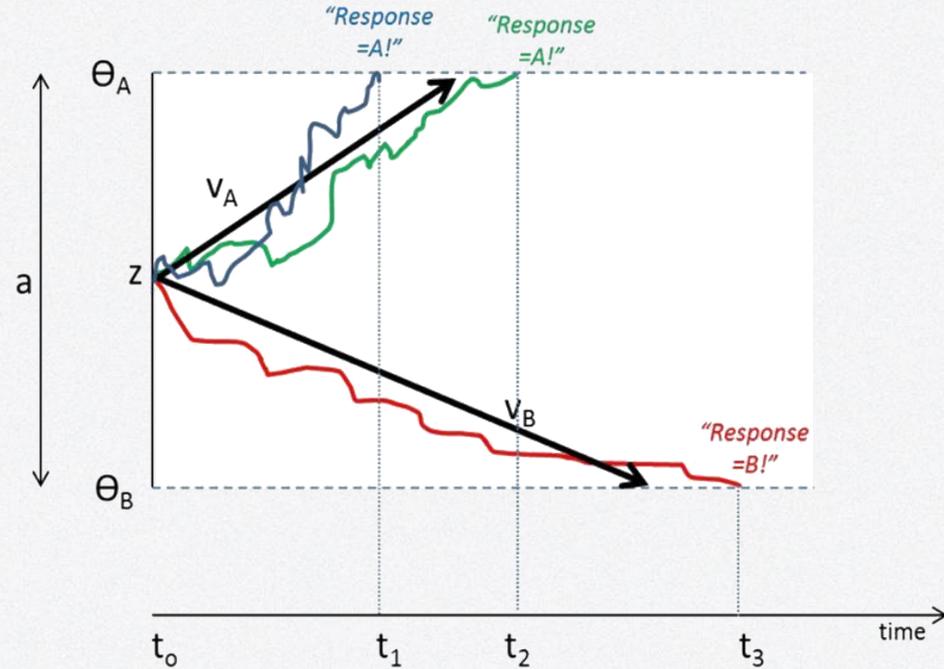
# Modelo de deriva-difusión



Detalles, ecuaciones e implementación

# Modelo de deriva-difusión

- Modelo **estocástico** de tiempo continuo.
- Modelo fenomenológico para tiempos de reacción y elección, en tareas de elección forzada de **dos alternativas**.
- Aplicación a "toma de decisiones perceptuales", donde la información sensorial es ruidosa y debe acumularse con el tiempo.
- Acumulación de evidencia hasta alcanzar un valor suficientemente "convincente".
- Análogo continuo de un paseo aleatorio.



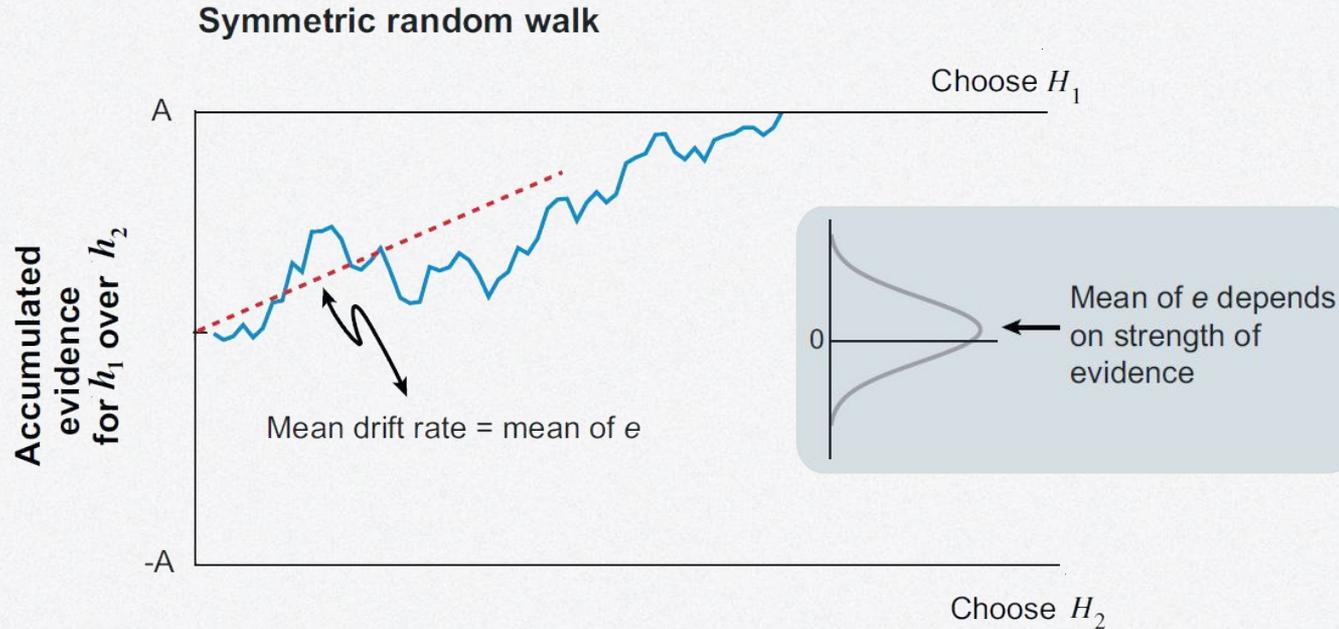
# Modelo de deriva-difusión

Para cualquier momento dado, el ruido es aleatorio con distribución normal  $N(\mu, 1)$ .

- $\mu$  está linealmente relacionado a la fuerza del estímulo (Coh ).
- La evidencia se acumula en el tiempo, en una **variable de decisión ( x )**.
- Existen dos límites de decisión asociados con las dos opciones.
- Si x alcanza el límite superior primero, la opción elegida es la 1, de modo contrario, se selecciona la opción 2. En ambos casos la iteración finaliza al alcanzar una opción.
- El tiempo entre el inicio de la iteración y el final de la misma es el **tiempo de decisión**.
- El **tiempo de reacción** es la suma entre el tiempo de decisión más el tiempo previo, no asociado a tomas de decisiones (retardo por sensores, inicio de movimiento, etc.).

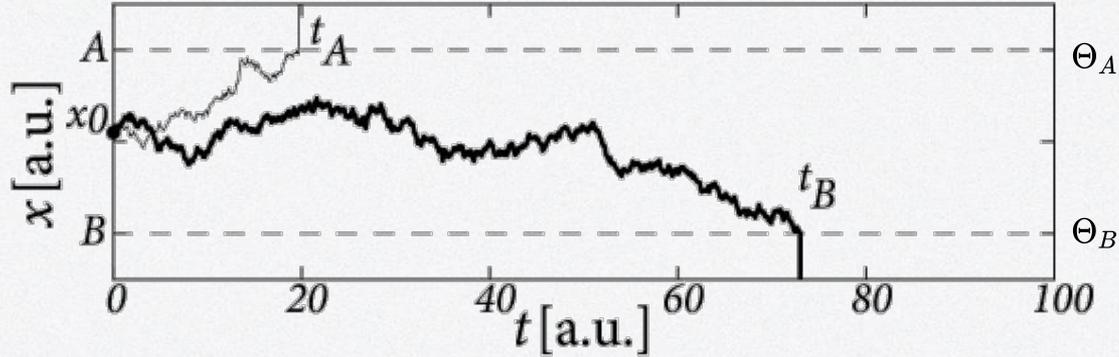


# Modelo de deriva-difusión



Extraído y modificado de: Gold, J. I., & Shadlen, M. N. (2007). The neural basis of decision making.

# Modelo de deriva-difusión

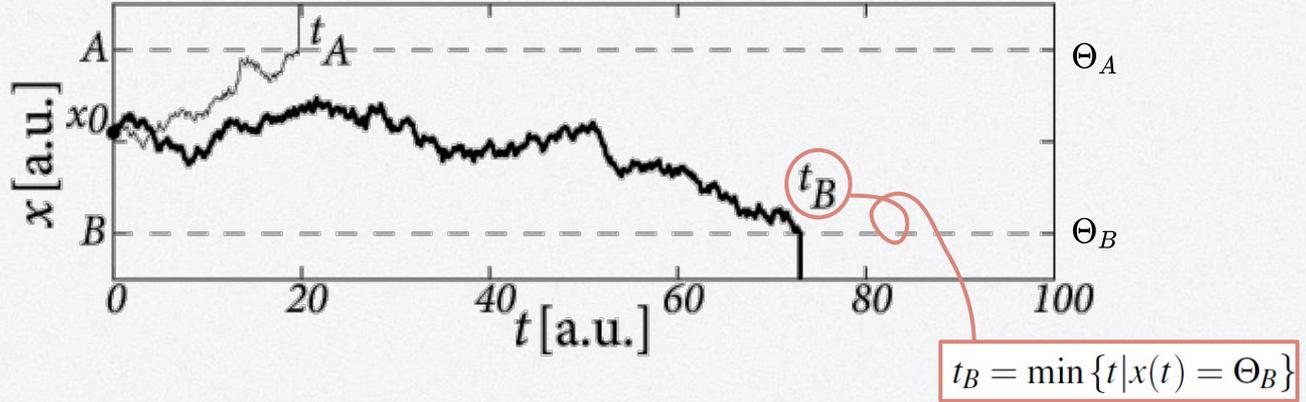


Evolución temporal de la evidencia ( $x$ ):

$$dx = vdt + \sigma dW$$

Donde  $v$  es la tasa de deriva,  $dt$  es el intervalo de tiempo,  $\sigma$  es la tasa de difusión, y  $dW$  es un diferencial de proceso de Wiener (movimiento aleatorio)

# Modelo de deriva-difusión



Evolución temporal de la evidencia ( $x$ ):

Tiempo de reacción

$$dx = vdt + \sigma dW$$

Donde  $v$  es la tasa de deriva,  $dt$  es el intervalo de tiempo,  $\sigma$  es la tasa de difusión, y  $dW$  es un diferencial de proceso de Wiener (movimiento aleatorio)

# Modelo de deriva-difusión

$$dx = vdt + \sigma dW$$

Partiendo de la ecuación anterior y “discretizando”, se tiene que:

# Modelo de deriva-difusión

$$dx = vdt + \sigma dW$$

Partiendo de la ecuación anterior y “discretizando”, se tiene que:

$$\left. \begin{array}{l} dx \rightarrow x_t - x_{t-\Delta t} \\ dW \rightarrow \frac{\epsilon_t}{\sqrt{\Delta t}} \\ dt \rightarrow \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{con } \epsilon_t \sim \mathcal{N}(\mu, 1)$$

# Modelo de deriva-difusión

$$dx = vdt + \sigma dW$$

Partiendo de la ecuación anterior y “discretizando”, se tiene que:

$$\left. \begin{array}{l} dx \rightarrow x_t - x_{t-\Delta t} \\ dW \rightarrow \frac{\epsilon_t}{\sqrt{\Delta t}} \\ dt \rightarrow \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow x_t = x_{t-\Delta t} + v\Delta t + \sqrt{\Delta t}\sigma\epsilon_t$$

$$\text{con } \epsilon_t \sim \mathcal{N}(\mu, 1)$$

# Modelo de deriva-difusión

## FORMULACIÓN EQUIVALENTE

$$x(t + \Delta t) = x(t) + y \qquad y \sim N(0, \sigma^2 \Delta t)$$

Consecuentemente:

$$p(x, t + \Delta t) = p(x, t) * \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\Delta t}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2\Delta t}}$$

La densidad de probabilidad de los procesos satisface la ecuación de Fokker-Planck:

$$\frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x}$$

# Modelo de deriva-difusión

## TIEMPOS DE TERMINACIÓN

Tasa de terminación de procesos en la barrera positiva:  $r^+(t) = -\frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial p}{\partial x_{x=A}}$

Equivalente para la barrera negativa:  $r^-(t) = -\frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial p}{\partial x_{x=0}}$

Corolario: probabilidad de responder correctamente (barrera positiva)

$$p_+ = \int_0^\infty \frac{r^+}{r^+ + r^-} dt = \int_0^\infty \frac{1}{1 - \frac{\frac{\partial p}{\partial x_{x=0}}}{\frac{\partial p}{\partial x_{x=-A}}}} dt$$

# Modelo de deriva-difusión

## DENSIDAD DE PROCESOS - SOLUCIÓN

Resolución de la ecuación de Fokker-Planck con barreras absorbentes en  $x=0$  y  $x=a$

$$p(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right) e^{-\left(\frac{v^2}{2\sigma^2} + \frac{\pi^2 n^2 \sigma^2}{2a^2}\right)t} e^{-\frac{v}{\sigma^2} x}$$

Caso particular: condiciones iniciales  $p(x, 0) = \delta(x - a/2)$  (problema simétrico)

$$A_n = 0, \quad \text{si } n = 2$$
$$A_n = (-1)^{\frac{n+1}{2}} e^{\frac{va}{2\sigma^2}} \quad \text{si } n \neq 2$$
$$p^+ = \frac{1}{1 + e^{\frac{-2vA}{\sigma^2}}}$$

# Modelo de deriva-difusión

VALOR ESPERADO Y VARIANZA DEL TIEMPO DE DECISIÓN

$$y = -\frac{av}{\sigma^2}$$

$$E(T) = T_{nd} + \frac{a}{2v} \frac{1-e^y}{1+e^y}$$

$$var(T) = \frac{a}{2v} \frac{\sigma^2}{v^2} \frac{1+2ye^y - e^{2y}}{(1+e^y)^2}$$

# Modelo de deriva-difusión

## SIMULACIÓN DE PROCESOS ALEATORIOS

Simulación una realización de un proceso de difusión con barreras  $-A$  y  $A$  (pseudocódigo):

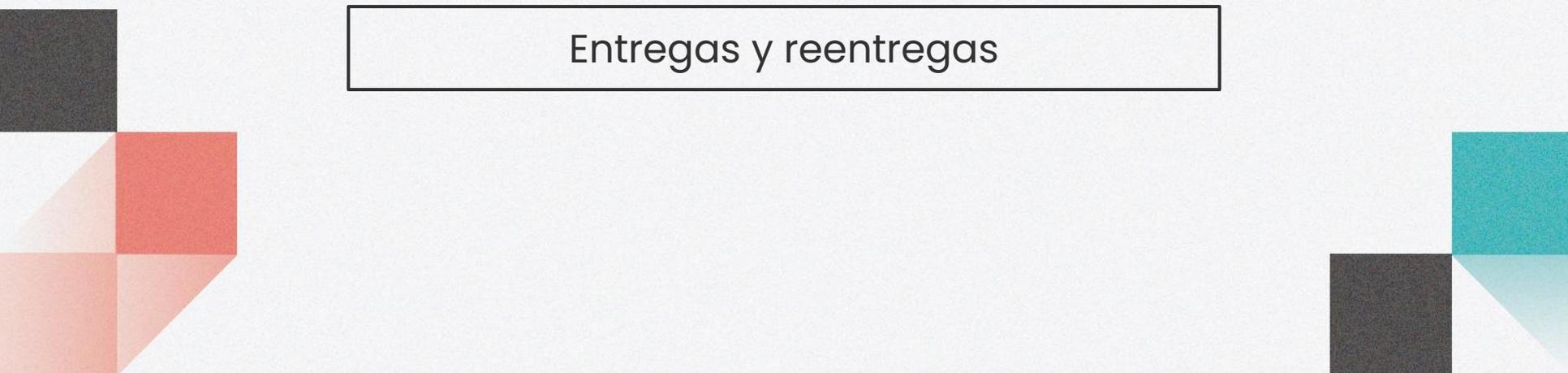
```
x(0)=x0;
Tsteps=Tmax/dt
while t<Tsteps and abs(x)<A
    x(t+1)=x(t)+v.dt+s.sqrt(dt).randn()
    t=t+1

reactionTime=t
if x(t)>A
    decision=1
elseif x(t)<-A
    decision=-1
else
    error('El proceso no terminó')
```



**3**

# Tarea



Entregas y reentregas

Quedan pendientes las tareas:

- Modelado del Sistema Nervioso (LIF)
- Modelo de Deriva Difusión (DDM)



**Sábado 19/10 - 23:59hs**



**Sábado 26/10 - 23:59hs**

Quedan pendientes las tareas:



## Modelo de Deriva-Difusión

### Ejercicio 1: Barreras fijas

- Simular procesos de deriva-difusión (100 repeticiones) con parámetros:
  - ◆  $A=1, \sigma=1, \nu=[-1, -.5, 0.1, 0, 0.1, 0.5, 1], T_{nd}=0.2$
  - ◆  $A=1, \sigma=2, \nu=[-1, -.5, 0.1, 0, 0.1, 0.5, 1], T_{nd}=0.2$
- Graficar 10 realizaciones del proceso con  $\sigma=1, \nu=0.5$
- Para cada conjunto de parámetros, calcular la probabilidad de decisión por la alternativa correcta (barrera superior), el tiempo medio de respuesta, la varianza de los tiempos de respuesta, y la función de supervivencia. Comparar resultados empíricos con los resultados teóricos derivados anteriormente.  
¿Coinciden estos valores?

Quedan pendientes las tareas:

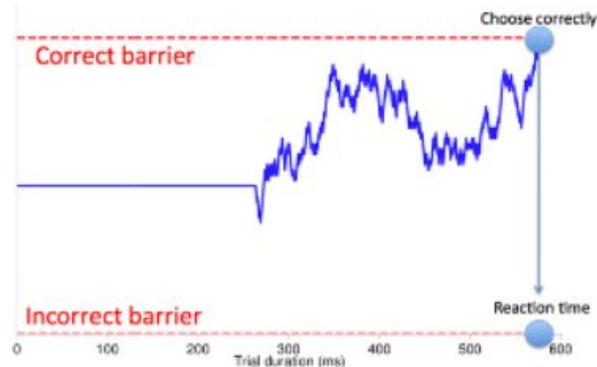


## Modelo de Deriva-Difusión

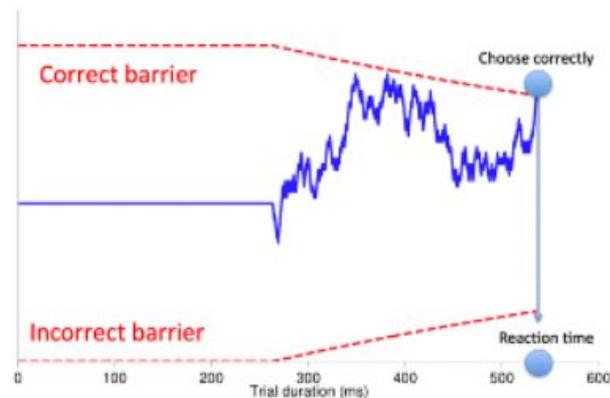
### Ejercicio 2: Barreras que colapsan

- Repetir la simulación del ejercicio 1 para un proceso con barreras que colapsan linealmente, a una tasa de .5/segundo
  - ◆  $A=1, \sigma=1, \nu=[-1, -0.5, 0.1, 0, 0.1, 0.5, 1], T_{nd}=0.2.$
- Comparar los resultados de precisión y tiempos medios de respuesta con el caso de barreras constantes.

A



B





# Bibliografía

1. Gold, J. I., & Shadlen, M. N. (2007). *The neural basis of decision making*. Annual review of neuroscience, 30.
2. Gerstner, W., Kistler, W. M., Naud, R., & Paninski, L. (2014). *Neuronal dynamics: From single neurons to networks and models of cognition*. Cambridge University Press. <https://neurondynamics.epfl.ch/online>
3. Bitzer, S., Park, H., Blankenburg, F., & Kiebel, S. J. (2014). *Perceptual decision making: drift-diffusion model is equivalent to a Bayesian model*. Frontiers in human neuroscience, 8, 102.
4. Jaeger, D., & Jung, R. (2015). *Encyclopedia of computational neuroscience*. Springer Publishing Company, Incorporated.
5. Ratcliff, R. (1978). *A theory of memory retrieval*. Psychological review, 85(2), 59.
6. Shadlen, M. N., & Newsome, W. T. (1996). *Motion perception: seeing and deciding*. Proceedings of the national academy of sciences, 93(2), 628-633.



Long Ding (2017)

# **Tutorial: DDM and decision making.**



# ¡Gracias!

## ¿Preguntas?

Lucía Lemes



llemes@cup.edu.uy

CREDITS: This presentation template was created by **Slidesgo**, including icons by **Flaticon**, and infographics & images by **Freepik**