

Cálculo diferencial e integral en una variable, segundo semestre 2024

Departamento de Matemática y Aplicaciones;

Cure–Universidad de la República

TEMA: TEOREMA DEL VALOR MEDIO

§1. Puntos críticos.

Encuéntrense los puntos críticos de las siguientes funciones:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| (a) $x^2 - 2x + 5$ | (f) $x^3 + 2$ |
| (b) $2x^2 - 3x - 1$ | (g) $x^3 - 3x$ |
| (c) $3x^2 - x + 1$ | (h) $\sin x + \cos x$ |
| (d) $-x^2 + 2x + 2$ | (i) $\cos x$ |
| (e) $-2x^2 + 3x - 1$ | (j) $\sin x$ |

- (a) Una caja con su parte superior abierta ha de tener la base cuadrada y una superficie constante C . Determinar los lados de la caja si el volumen ha de ser máximo.
- (b) Un recipiente de forma cilíndrica con su parte superior abierta ha de tener una superficie de área fija C . Hallar el radio de su base y su altura si queremos que tenga el máximo volumen.
- (c) Resolver los dos problemas anteriores si la caja y el recipiente son cerrados en su parte superior. (El área de un círculo de radio x es πx^2 y su longitud es $2\pi x$. El volumen de un cilindro cuya base tiene radio x y altura y , es $\pi x^2 y$.)

§2. Crecimiento y decrecimiento.

Determinar los intervalos en que son crecientes y decrecientes cada una de las siguientes funciones:

- | | |
|---|-----------------------------|
| (a) $f(x) = x^3 + 1$ | (f) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ |
| (b) $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ | (g) $f(x) = x^3 + x - 2$ |
| (c) $f(x) = x^2 - x + 5$ | (h) $f(x) = -x^3 + 2x + 1$ |
| (d) $f(x) = \sin x + \cos x$ | (i) $f(x) = 2x^3 + 5$ |
| (e) $f(x) = \sin 2x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$ | (j) $f(x) = 5x^2 + 1$ |

§3. Máximos y mínimos.

Para cada una de las siguientes funciones, hallar el máximo, el mínimo (a) para todo x , y (b) en el intervalo dado. También (c) hallar en dónde cada función es creciente y en dónde decreciente.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| (a) $x^2 - 2x - 8, \quad [0, 4]$ | (f) $x^2 - 2x + 1, \quad [-1, 4]$ |
| (b) $4 - 4x - x^2, \quad [-1, 4]$ | (g) $x^2 - 2x, \quad [0, 4]$ |
| (c) $3x - x^3, \quad [-2, \sqrt{3}]$ | (h) $(x - 4)^3, \quad [3, 6]$ |
| (d) $x^4 - 2x^2, \quad [-2, 1]$ | (i) $(x - 1)^{1/3} + \frac{2(x+1)^{2/3}}{2}, \quad [-2, 7]$ |
| (e) $x^2 + 1, \quad [-1, 1]$ | (j) $\frac{2x^2+1}{4}, \quad [-1, 1]$ |