## Cálculo diferencial e intelgral en una variable, segundo semestre 2024

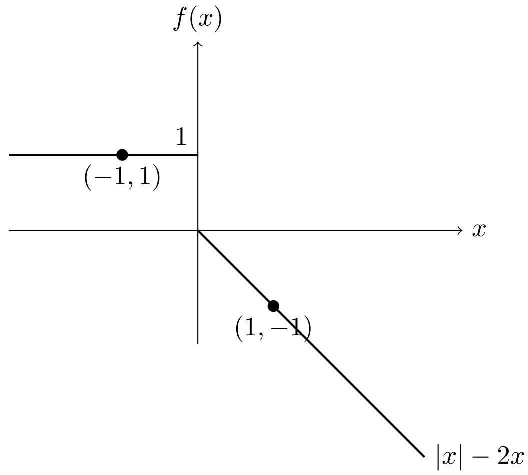
Departamento de Matemática y Aplicaciones;
Cure–Universidad de la República

### Solución Primer Parcial

#### Ejercicio 1

1. La función $f(x)$ es una función por tramos:

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 2x & \text{si } x \geq 0, \\ 1 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$




2. Para la distancia entre los puntos $(1, f(1))$ y $(-1, f(-1))$:
- $f(1) = (1)^2 - 2(1) = -1$, entonces $(1, f(1)) = (1, -1)$. - $f(-1) = 1$, entonces $(-1, f(-1)) = (-1, 1)$. - La distancia es:

$$d = \sqrt{(1-(-1))^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{(1+1)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

#### Ejercicio 2

Para $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x \geq 0, \\ 1 & \text{si } x < 0, \end{cases}$
1. $f'(x)$ cuando $x = 2$:

$$f'(h) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(2+h-2) - (2-2)}{h} = 1.$$

2. Derivadas derecha e izquierda en $x = 0$:
- Derivada derecha:

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h - 0} = \lim_{h \to 0^+} \frac{h - 2 - (-2)}{h} = 1.$$

- Derivada izquierda:

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{h - 0} = \lim_{h \to 0^-} \frac{1 - (-2)}{h} = -\infty$$

Por lo tanto no existe la derivada izquierda en $x = 0$.

## Ejercicio 3

Para la curva $y = (x^2+1)^{25}$:
1. Pendiente en $x = 0$:

$$y'(x) = 25(2x)(x^2+1)^{24},$$

entonces, en $x = 0$:

$$y'(0) = 0.$$

2. Ecuación de la recta tangente en $x = 0$:
La pendiente es $y'(0) = 0$, y el punto es $(0, 1)$, entonces la ecuación es $y = 1$.

## Ejercicio 4

Hallar las derivadas de las funciones:
1. Para $f(x) = 5x + 1$:

$$f'(x) = 5.$$

2. Para $f(x) = x^2 - 1$:

$$f'(x) = 2x.$$

## Ejercicio 5

Hallar las derivadas de las siguientes funciones:
1. Para $f(x) = (2x^2-1)^{1/5}$:

$$f'(x) = \frac{1}{5}(2x^2-1)^{-4/5} \cdot (4x) = \frac{4x}{5(2x^2-1)^{4/5}}.$$

2. Para $f(x) = (2x^2-1)^{1/2} \cdot (x^3-1)$:
Usamos la regla del producto:

$$f'(x) = \frac{1}{2}(2x^2-1)^{-1/2} \cdot (4x) \cdot (x^3-1) + (2x^2-1)^{1/2} \cdot 3x^2.$$