

# Cálculo diferencial e integral en una variable, segundo semestre 2024

Departamento de Matemática y Aplicaciones;  
Cure–Universidad de la República

## TEMA: LÍMITES. DERIVADA Y REGLA DE LA CADENA

### §1. Cálculo de derivadas.

Hallar las derivadas de las siguientes funciones, justificando los pasos dados al tomar límites por medio de las tres propiedades:

(a)  $f(x) = 2x^3 + 3x$

(b)  $f(x) = \frac{1}{2x+1}$

(c)  $f(x) = \frac{x}{x+1}$

(d)  $f(x) = x(x+1)$

(e)  $f(x) = \frac{x}{2x-1}$

(f)  $f(x) = 3x^2$

(g)  $f(x) = x^4$

(h)  $f(x) = 2x^3$

### §2. Derivadas de potencias.

(a) Escribir el desarrollo de  $(x+h)^n$  en términos de potencias de  $x$  y  $h$ .

(b) Hallar la derivada de la función  $x^4$  directamente, usando el cociente de Newton.

(c) ¿Cuáles son las derivadas de las siguientes funciones?

(i)  $x^{2/3}$

(ii)  $x^{-3/2}$

(iii)  $x^{7/6}$

(d) ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = x^9$  en el punto  $(1, 1)$ ?

(e) ¿Cuál es la pendiente de la curva  $y = x^{2/3}$  en el punto  $(8, 4)$ ? ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente en ese punto?

(f) Hallar la pendiente y la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = x^{-3/4}$  en el punto cuya abscisa es  $x = 16$ .

(g) Hallar la pendiente y la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \sqrt{x}$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .

(h) Hallar las derivadas de las siguientes funciones en los puntos indicados:

(i)  $f(x) = x^{1/4}$  en  $x = 5$

(ii)  $f(x) = x^{-1/4}$  en  $x = 7$

(iii)  $f(x) = x^{1/2}$  en  $x = 10$

(iv)  $f(x) = x^x$  en  $x = 7$

### §3. Derivadas de sumas, productos y cocientes.

Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = x^{1/3}$

(b)  $f(x) = 4x^5$

(c)  $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$

(d)  $f(x) = x^2 + 4x^2$

(e)  $f(x) = 25x^{-1} + 12x^{1/2}$

(f)  $f(x) = \frac{1}{x^2} - 2x$

(g)  $f(x) = (x^3 + x)(x - 1)$

(h)  $f(x) = (2x^2 - 1)(x^4 + 1)$

(i)  $f(x) = (x + 1)(x^2 + 5x^{3/2})$

(j)  $f(x) = (2x - 5)(3x^4 + 5x + 2)$

(k)  $f(x) = (x^{-2/3} + x^2)(x^3 + 7)$

(l)  $f(x) = (2x + 3)\left(\frac{1}{x} + 1\right)$

(m)  $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$

(n)  $f(x) = 2x^3 + 3x + 1$

(a)  $f(t) = \frac{t+2}{t-1}$

(b)  $f(t) = \frac{t^{-5/4}}{(t+1)(t-1)}$

(c) ¿Cuál es la pendiente de la curva  $y = t^{-2} + 5$  en el punto  $t = 2$ ? ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente en ese punto?

(d) ¿Cuál es la pendiente de la curva  $y = \sqrt{2t+1}$  en  $t = 1$ ? ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente?

### §4. Regla de la cadena.

En cada caso en que sea aplicable, hallar dos funciones  $g(u)$  y  $f(x)$  tales que la función dada sea del tipo  $g(f(x))$ . Hallar la derivada de la función indicada. No debe intentarse simplificar las respuestas.

- (a)  $(x + 1)^8$
- (b)  $(2x - 5)^{1/2}$
- (c)  $(\sin x)^3$
- (d)  $(\log x)^5$
- (e)  $\sin 2x$

- (a)  $\log(2x + 3)$
- (b)  $\cos(\log 2x)$
- (c)  $\sin[\cos(x + 1)]$
- (d)  $\sin[(2x + 5)^{1/2}]$
- (e)  $\sin(e^x)$
- (f)  $\frac{1}{(4x)^3}$

- (a)  $(x^2 + 1)^{e^x}$
- (b)  $\frac{1}{\sin x + \cos x}$
- (c)  $\frac{\log x}{x^2 + 3}$
- (d)  $\frac{x^3 + 1}{x - 1}$
- (e)  $(x^{4/3} - e^x)(2x + 1)$

- (a)  $\frac{x + 1}{\cos 2x}$
- (b)  $(x^3 - 1)(e^{3x} + 5x)$
- (c)  $\frac{x^2 - 1}{2x + 3}$

- (f)  $\log(x^2 + 1)$
- (g)  $\cos(e^x)$
- (h)  $\log(e^x + \sin x)$
- (i)  $\frac{x + 1}{\sin 2x}$
- (j)  $\cos(\sin 5x)$

- (g)  $\frac{(3x - 1)^4}{\sin^2(2x)}$
- (h)  $\frac{1}{(\cos 2x)^2}$
- (i)  $\sin 3x$
- (j)  $(\sin x)(\cos x)$

- (f)  $\sin(x^2 + 5x)$
- (g)  $\frac{1}{\log(x^4 + 1)}$
- (h)  $\frac{2x}{e^x}$
- (i)  $(x^3 + 2x)(\sin 3x)$
- (j)  $\frac{\sin 2x}{e^x}$

- (d)  $(\sin 3x)(x^{1/4} - 1)$
- (e)  $e^{3x^2 + 8}$
- (f)  $\frac{1}{\log(x^{1/2} + 2x)}$