

Cálculo diferencial e integral en una variable, segundo semestre 2024

Departamento de Matemática y Aplicaciones;
Cure-Universidad de la República

TEMA: DERIVADA

§1. Pendiente en una curva.

Hallar las pendientes de las siguientes curvas en los puntos indicados:

- (a) $y = 2x^2$ en el punto $(1, 2)$.
- (b) $y = x^2 + 1$ en el punto $(-1, 2)$.
- (c) $y = -2x - 7$ en el punto $(2, -3)$.
- (d) $y = x^3$ en el punto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{8})$.
- (e) $y = \frac{1}{x}$ en el punto $(2, -\frac{1}{2})$.
- (f) $y = x^2 + 2x$ en el punto $(-1, -1)$.
- (g) $y = -x^2$ en el punto $(2, 4)$.
- (h) $y = x^2$ en el punto $(3, 9)$.
- (i) $y = 2x$ en el punto $(1, 1)$.
- (j) $y = x^3$ en el punto $(2, 8)$.
- (k) $y = 2x + 3$ en el punto cuya abscisa es $x = 2$.
- (l) $y = 3x - 5$ en el punto cuya abscisa es $x = 1$.
- (m) $y = ax + b$ en un punto cualquiera.

§2. Cálculo de derivadas.

Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

- (a) $y = x^2 + 1$
- (b) $y = x^3$
- (c) $y = x^2 - 5$
- (d) $y = 2x^2 - x$
- (e) $y = x^3$
- (f) $y = 3x^2$
- (g) $y = 2x^2 + x$
- (h) $y = x^3 + 2x$
- (i) $y = \frac{2x+1}{x+1}$
- (j) $y = \frac{2x}{x+1}$

§3. Derivabilidad.

- (a) Sea $f(x)$ definida como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 0 \\ 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- (b) Hallar $f'(x)$ cuando $x = -1$. Hallar las derivadas derecha e izquierda de f en $x = 0$, si existen.
- (c) Sea $f(x) = |x| + x$. ¿Existe $f'(0)$? ¿Existe $f'(x)$ para valores de x distintos de 0?
- (d) Sea $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 1 \\ x & \text{si } x > 1 \end{cases}$.
- (e) Trazar la gráfica y hallar las derivadas derecha e izquierda de f cuando $x = 1$. Hallar $f'(x)$ para todos los otros valores de x .
- (f) Determinar si las siguientes funciones tienen una derivada en $x = 0$; si es así, hallar la derivada.

- (i) $f(x) = x|x|$
- (ii) $f(x) = x^2|x|$

(iii) $f(x) = x^3|x|$