

CLASE 5 - FISIOLÓGÍA CUANTITATIVA

# Uso de Simulink

Trabajo Práctico N°4



# Contenidos

1

## **Simulink**

Introducción a simulink, diagramas, biblioteca de bloques

2

## **Implementación de un modelo**

Cómo armar el diagrama de bloques y definir el modelo deseado.

3

## **Ecuaciones diferenciales**

Cómo trabajar con ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden, y sistemas de ecuaciones diferenciales



# Contenidos

1

## **Simulink**

Introducción a simulink, diagramas, biblioteca de bloques

2

## **Implementación de un modelo**

Cómo armar el diagrama de bloques y definir el modelo deseado.

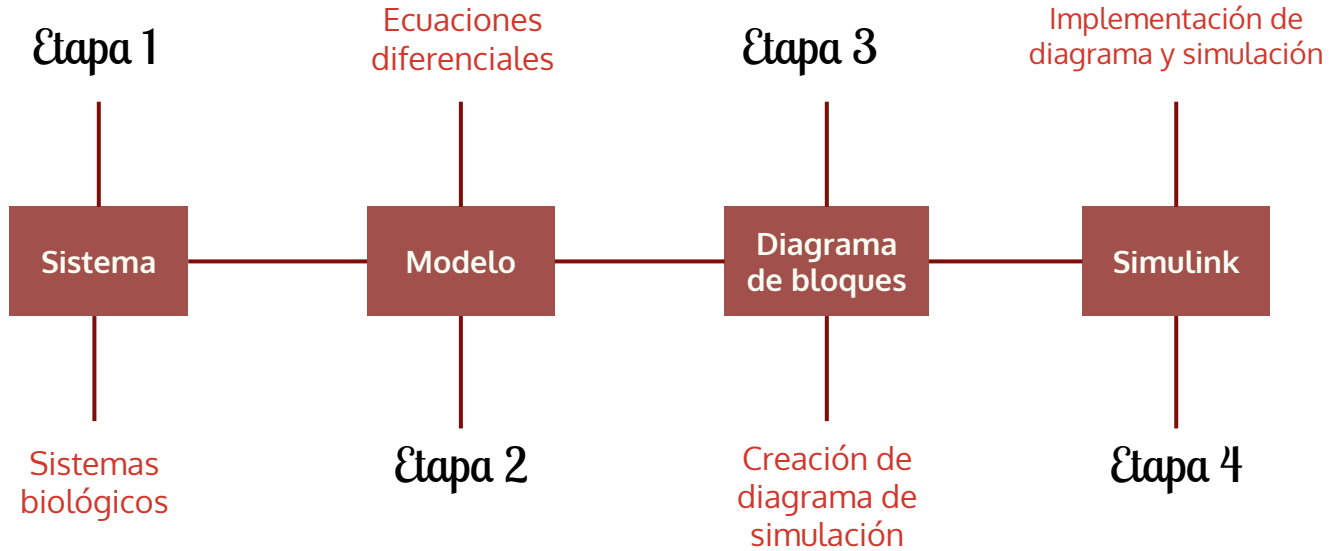
3

## **Ecuaciones diferenciales**

Cómo trabajar con ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden, y sistemas de ecuaciones diferenciales

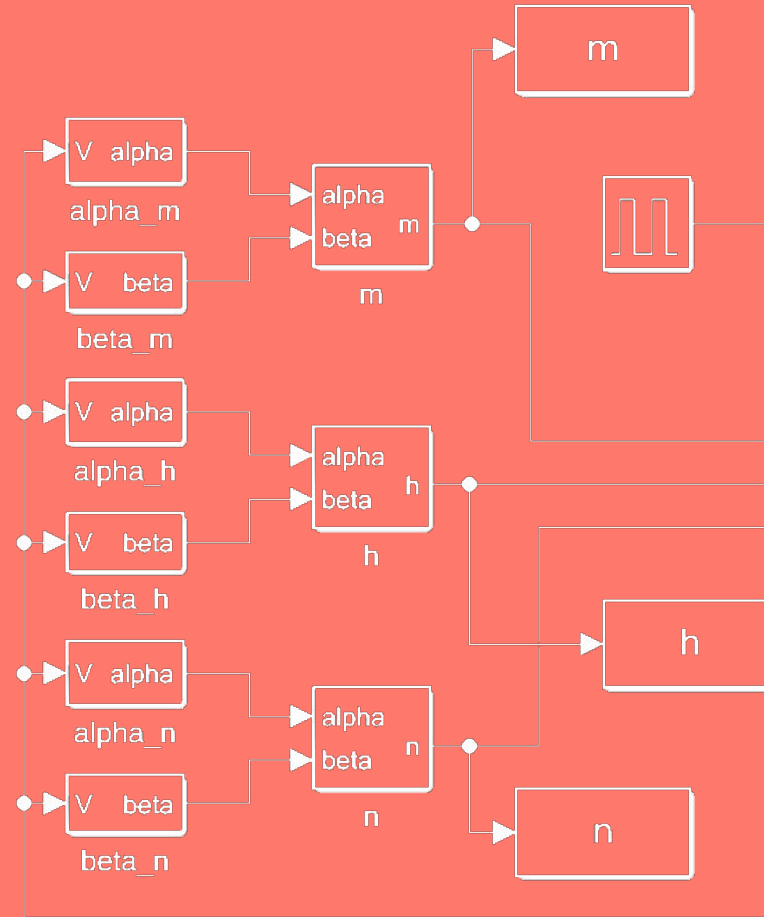
# Modelado y simulación de sistemas

---



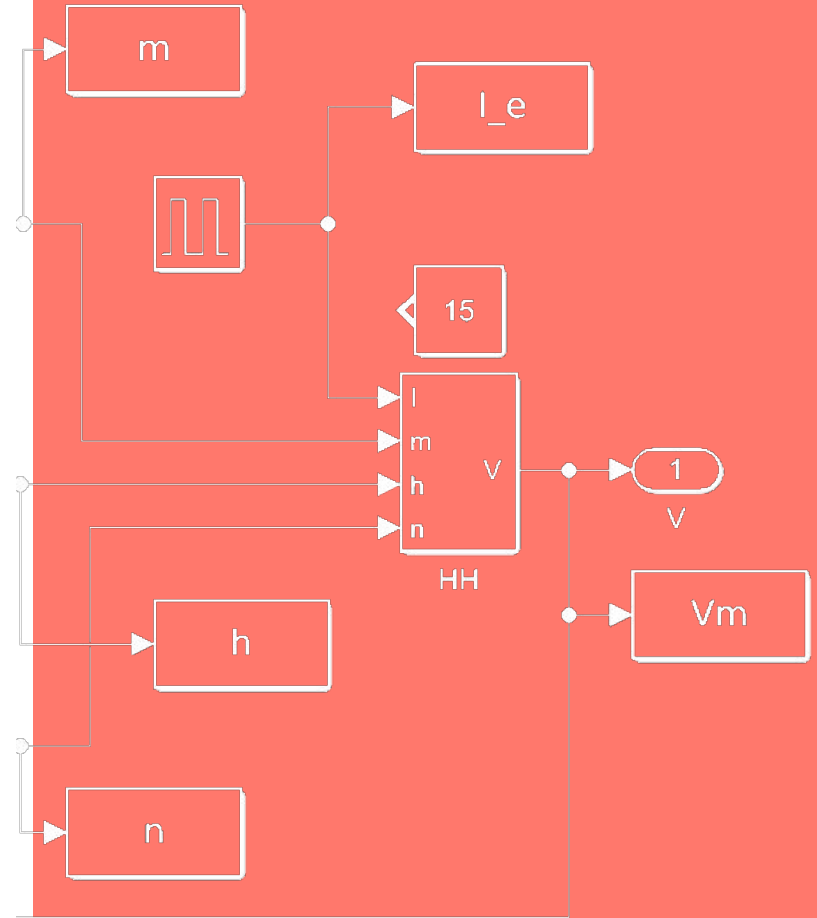
# ¿Qué es Simulink?

- Herramienta interactiva para modelar, simular y analizar sistemas dinámicos
- Producto de Mathworks, integrado a MATLAB
- Entorno gráfico que permite la selección y conexión de bloques
- Mayor concentración en la estructura del problema



# ¿Qué es Simulink?

- Simulación de sistemas para comprender su comportamiento:
  - Creación de un modelo del sistema a ser simulado (Editor de Simulink)
  - Simular el comportamiento del sistema
- Sistemas: lineales, no lineales, discretos o de múltiples entradas/salidas



# Características de Simulink

---

- Facilidad para crear bloques personalizados.
- Estructura jerárquica de modelos ilimitada.
- Conexiones escalares y vectoriales.
- Simulaciones interactivas con visualización en vivo.
- Se pueden realizar fácilmente análisis hipotéticos cambiando los parámetros del modelo.
- La biblioteca de bloques de Simulink puede ser ampliada con conjuntos de bloques de propósito especial.
- Se pueden crear bloques personalizados y bibliotecas de bloques utilizando iconos propios e interfaces de usuario de MATLAB®, FORTRAN o código C.

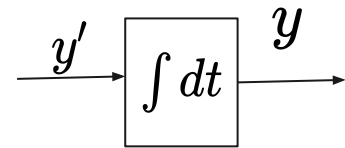
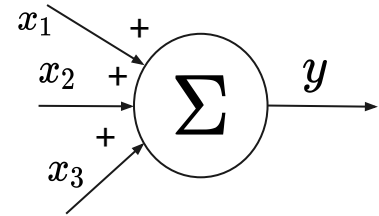
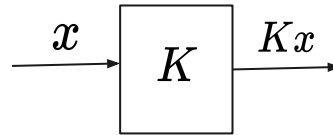
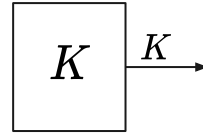
# ¿Cómo inicializar Simulink?

The image shows the MATLAB R2016a interface. The top toolbar contains various icons, with the Simulink icon (a blue square with a white plus sign) circled in red. Below the toolbar, the Command Window displays the text `>> simulink`, also circled in red. A red arrow points from the Simulink icon to the Simulink Start Page window. The Simulink Start Page window is open, showing a grid of templates for creating new models, including Blank Model, Blank Library, Blank Project, Code Generation, Digital Filter, Feedback Controller, Fixed-step, HDL Code Generation, Signal Processing, and Simple Project. The window also displays a list of recent files and projects.



# Diagramas en Bloque

Representación gráfica de sistemas de ecuaciones diferenciales usando operaciones matemáticas básicas tales como constantes, ganancias, sumadores, integradores, etc.



# Bloques, entradas y salidas

---

- Bloque: símbolo que representa una operación matemática
- Señal: representada por una flecha
- Señal de entrada (al bloque): es operada para generar la señal de salida (del bloque)



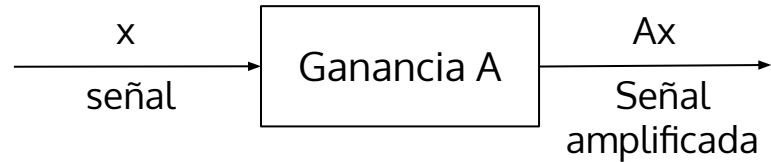
# Bloques, entradas y salidas

---

- La entrada es típicamente una señal de fuerza (sólo depende del tiempo)
- La salida es típicamente la solución a la ecuación diferencial.

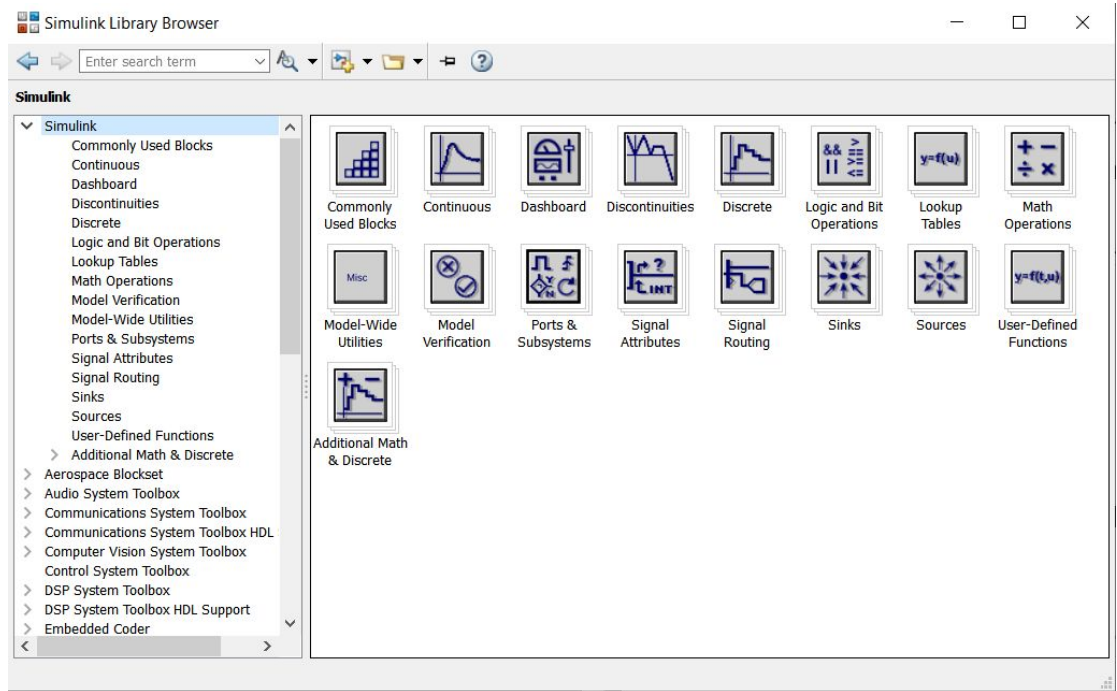


# Bloques, entradas, salidas y dimensiones



# Biblioteca de bloques de simulink

Simulink proporciona un navegador que permite seleccionar bloques dentro de bibliotecas de bloques estándar

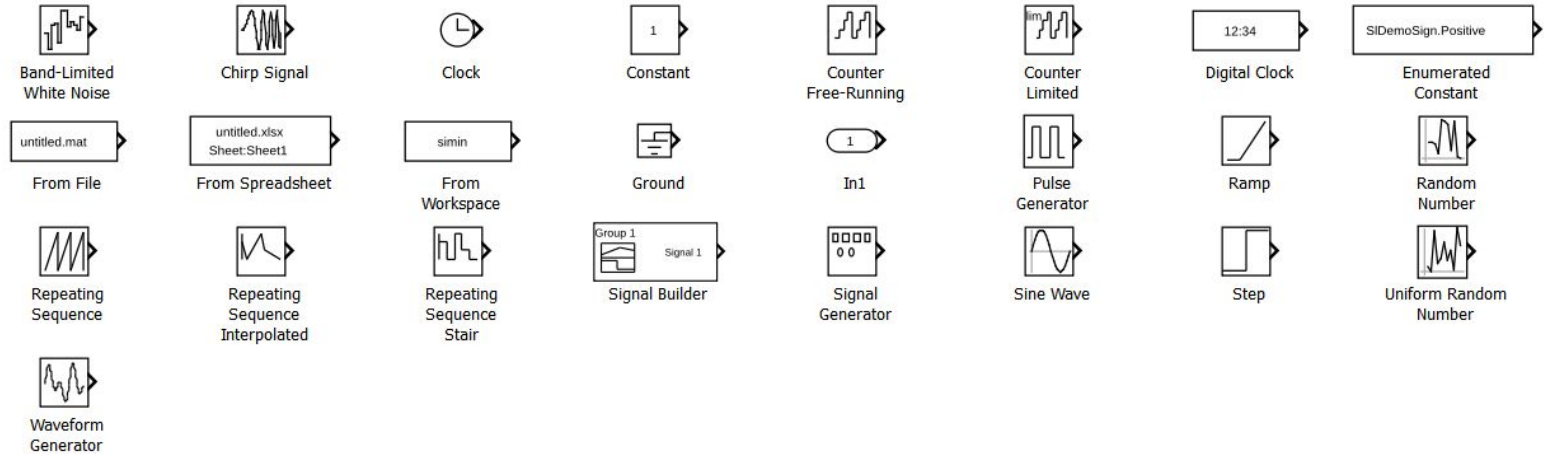


# Biblioteca de bloques de simulink



## “Sources”

Bloques que generan señales.  
Tienen solamente salidas

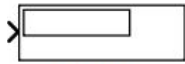


# Biblioteca de bloques de simulink



## “Sinks”

Bloques que muestran o escriben la salida del bloque. Tienen solo entrada



Display



Floating Scope



Out1



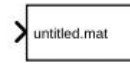
Scope



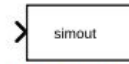
Stop Simulation



Terminator



To File



To Workspace

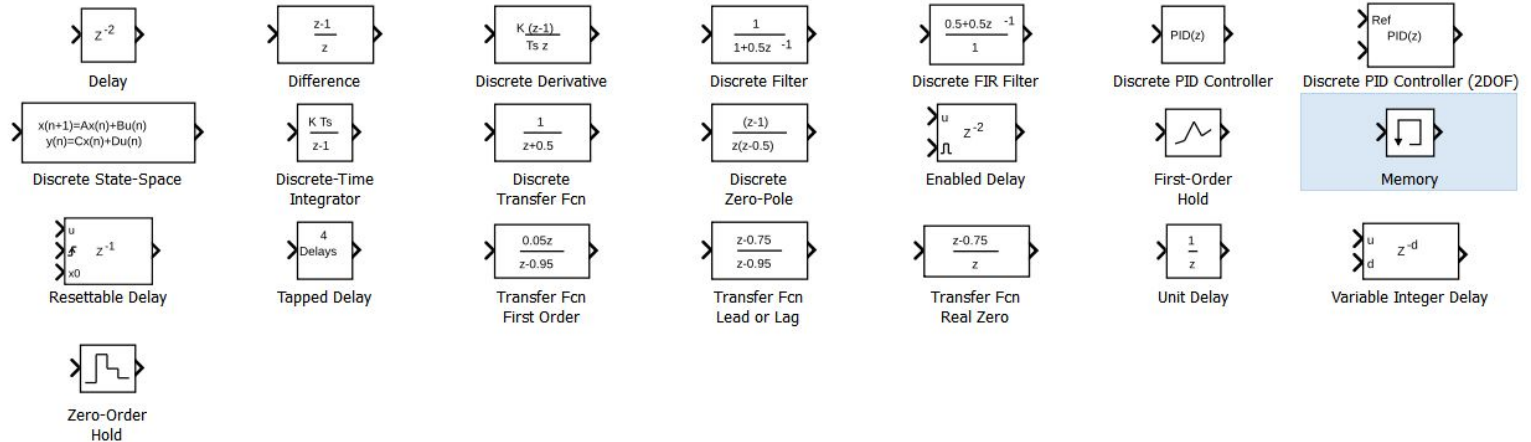


XY Graph

# Biblioteca de bloques de simulink



**“Discrete”**  
 Bloques que describen componentes en tiempo discreto





# Biblioteca de bloques de simulink



## “Continuous”

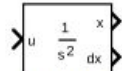
Bloques que describen funciones en tiempo continuo



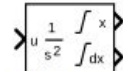
Derivative



Integrator



Integrator,  
Second-Order



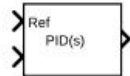
Integrator,  
Second-Order  
Limited



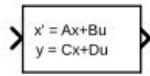
Integrator  
Limited



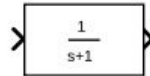
PID Controller



PID Controller (2DOF)



State-Space



Transfer Fcn



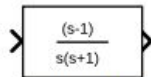
Transport  
Delay



Variable  
Time Delay

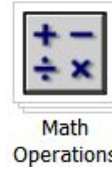


Variable  
Transport Delay



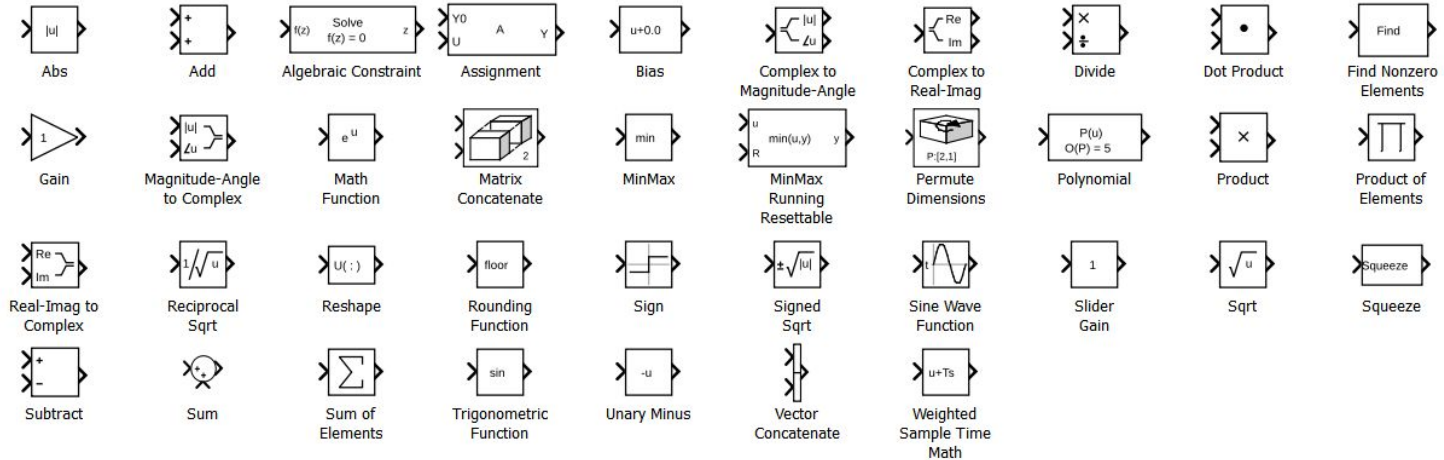
Zero-Pole

# Biblioteca de bloques de simulink

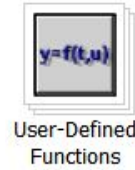


## “Math”

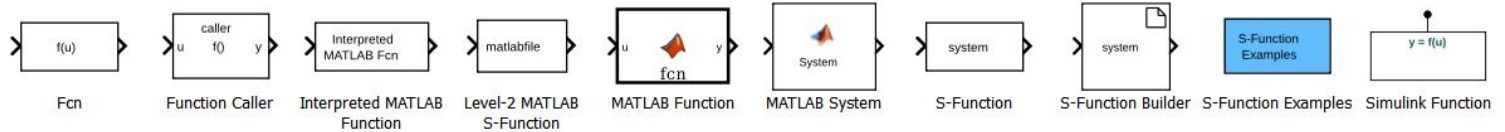
Bloques que describen funciones matemáticas generales



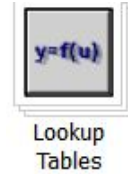
# Biblioteca de bloques de simulink



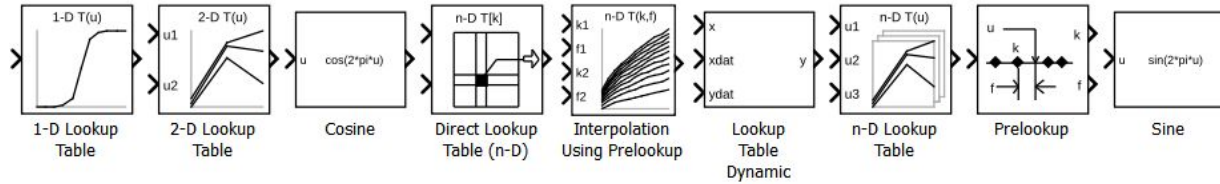
“Funciones definidas por el usuario”



# Biblioteca de bloques de simulink



“Look up tables”

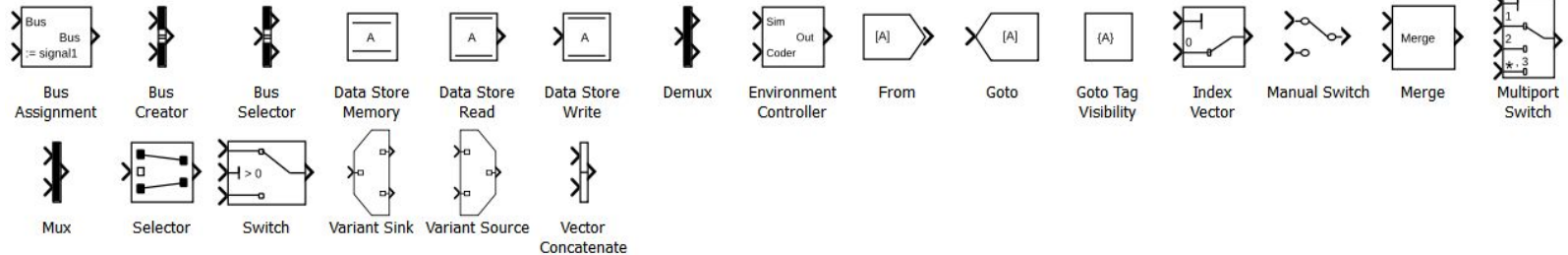


# Biblioteca de bloques de simulink



## “Signal Routing”

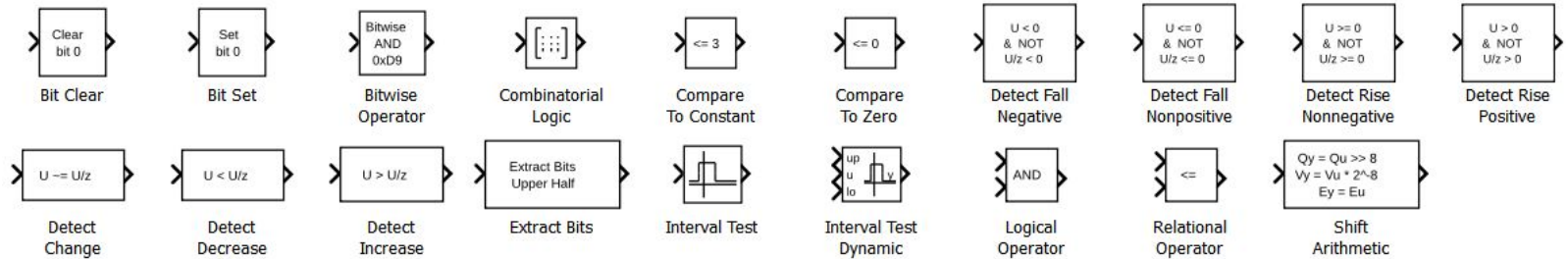
Bloques que permiten multiplexar, demultiplexar, implementar entrada/salida, pasar datos a otras partes del modelo, crear subsistemas y realizar otras funciones



# Biblioteca de bloques de simulink



## “Operadores Lógicos y de bits”



# Biblioteca de bloques de simulink

---



Dashboard

## “Dashboard”

Bloques que permiten visualizar e interactuar con el modelo de tableros.



Dashboard Scope



Gauge



Half Gauge



Knob



Lamp



Linear Gauge



Push Button



Quarter Gauge



Rocker Switch



Rotary Switch



Slider



Slider Switch



Toggle Switch



# Contenidos

1

## **Simulink**

Introducción a simulink, diagramas, biblioteca de bloques

2

## **Implementación de un modelo**

Cómo armar el diagrama de bloques y definir el modelo deseado.

3

## **Ecuaciones diferenciales**

Cómo trabajar con ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden, y sistemas de ecuaciones diferenciales



## ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?



Se implementa añadiendo bloques de diferentes bibliotecas al espacio de trabajo y uniéndolos: a este conjunto de bloques y uniones se le llama **diagrama de bloques**

# ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?

Un diagrama de bloques de Simulink es un modelo pictórico de un sistema dinámico



# ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?



Los bloques representan sistemas dinámicos elementales que Simulink sabe simular. Un bloque comprende:

- Un conjunto de **entradas**
- Un conjunto de **estados**
- Un conjunto de **salidas**

## ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?

Para introducir bloques en el modelo, se elige el bloque de la biblioteca, se hace click en él y se arrastra hacia el área de trabajo.



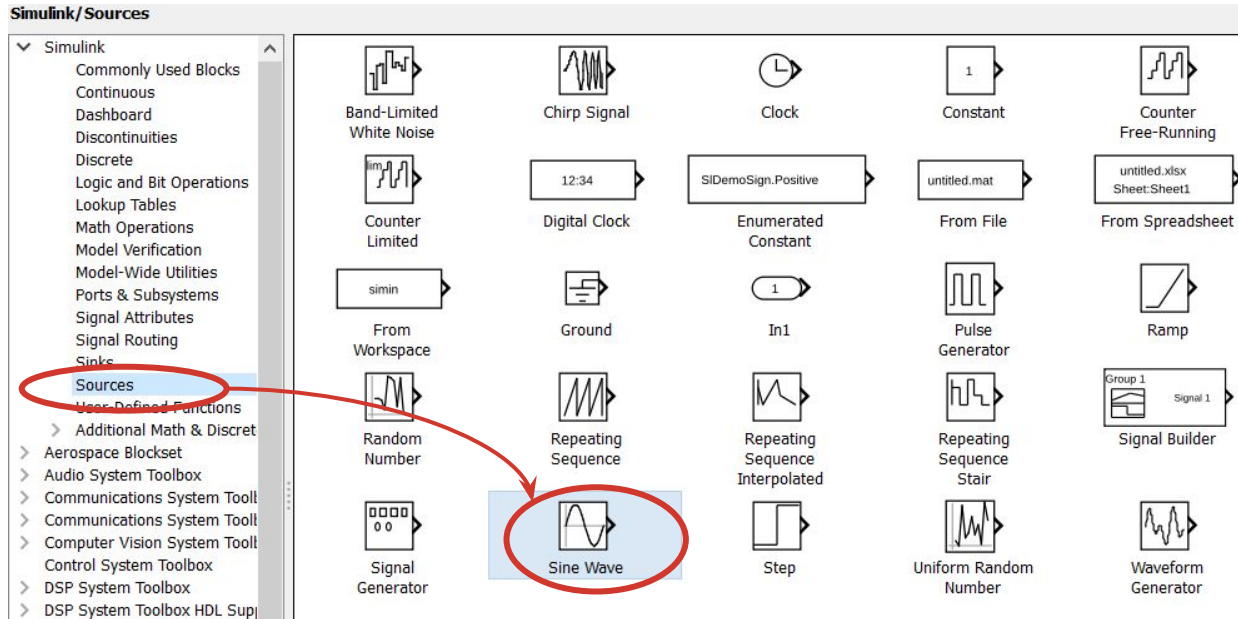
## ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?



Haciendo doble click sobre el bloque se pueden modificar los parámetros del mismo

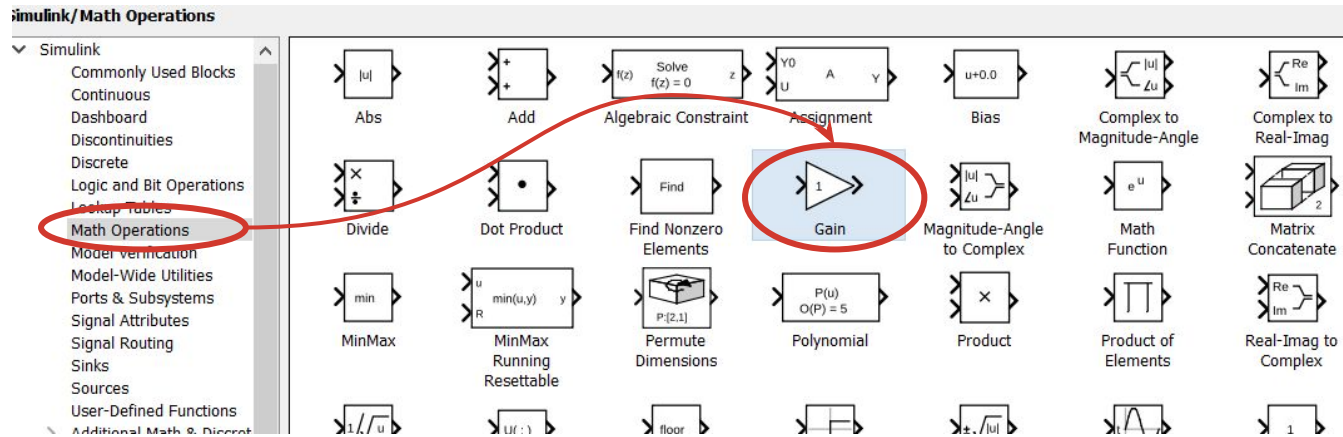
# ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?

1. Se selecciona un bloque de entrada



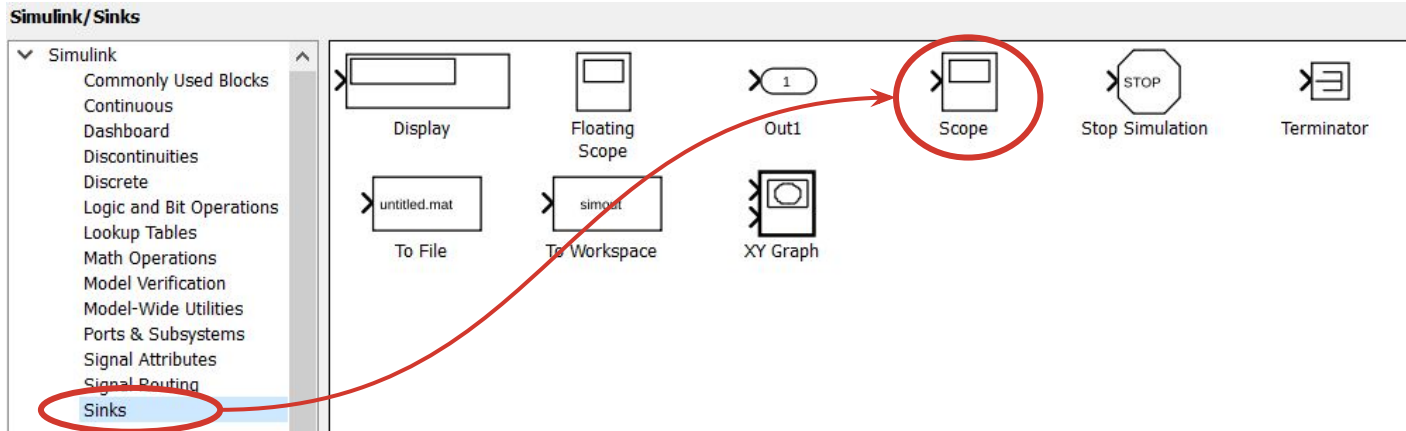
# ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?

1. Se selecciona un bloque de entrada
2. Se selecciona un bloque operador



# ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?

1. Se selecciona un bloque de entrada
2. Se selecciona un bloque operador
3. Se selecciona un bloque de salida

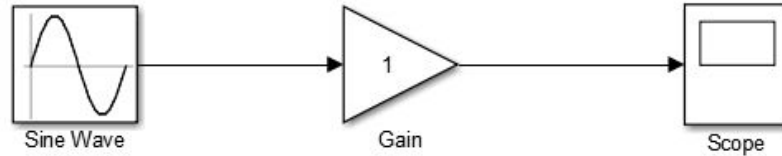




## ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?

---

1. Se selecciona un bloque de entrada
2. Se selecciona un bloque operador
3. Se selecciona un bloque de salida
4. Se conectan los bloques con señales



## ¿Cómo implementar un modelo en Simulink?

---

1. Se selecciona un bloque de entrada
2. Se selecciona un bloque operador
3. Se selecciona un bloque de salida
4. Se conectan los bloques con señales
5. Se setean los parámetros de los bloques
6. Se configuran los parámetros
7. Se corre la simulación



# Contenidos

1

## **Simulink**

Introducción a simulink, diagramas, biblioteca de bloques

2

## **Implementación de un modelo**

Cómo armar el diagrama de bloques y definir el modelo deseado.

3

## **Ecuaciones diferenciales**

Cómo trabajar con ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden, y sistemas de ecuaciones diferenciales

# Resolución de una ecuación diferencial

---

Consideremos el siguiente problema:

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad x(0) = x_0$$

Solución:

$$x(t) = x_0 + \int_0^t f(x(t))dt$$

Vamos a modelar la solución como:

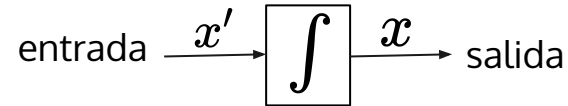
$$x(t) = \int x'(t)dt$$

# Resolución de una ecuación diferencial

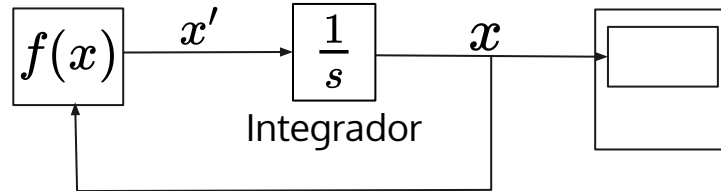
Modelado:

$$x(t) = \int x'(t) dt = \int f(x(t)) dt$$

Diagrama de bloques (esquemático):



Modelo en Simulink:



# Resolución de una ecuación diferencial

---

1. Tomar el término con la derivada de mayor orden y ponerlo del lado izquierdo de la igualdad
2. Hacer que el término de la izquierda sea la salida de un bloque sumador
3. Convertir los términos de la derecha en una entrada a un bloque sumador
4. A partir del sumador, se agregan tantos bloques integradores como sea necesario para reducir las derivadas de mayor orden a la variable de salida
5. ¿La salida del sumador tiene un coeficiente? → Agregar un bloque de ganancia (multiplicador) para eliminar el coeficiente
6. Agregar condiciones iniciales a los integradores
7. ¿Alguna señal retroalimenta al sumador? → Conectar las señales integradas con bloques de ganancia para crear las señales necesarias

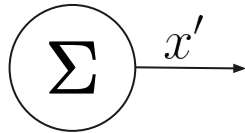
## Ecuación diferencial de primer orden

Resolver:  $x' + 4x = 0, \quad x(0) = 1$

Tomar el término con la derivada de mayor orden y ponerlo del lado izquierdo de la igualdad

$$x' = -4x$$

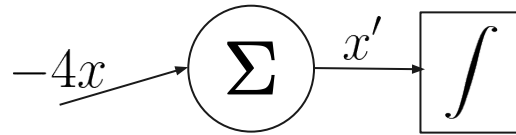
Hacer que el término de la izquierda sea la salida de un bloque sumador



# Ecuación diferencial de primer orden

$$x' = -4x$$

¿Alguna señal retroalimenta al sumador?

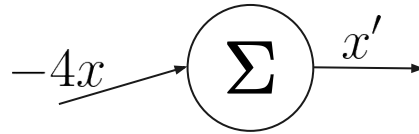




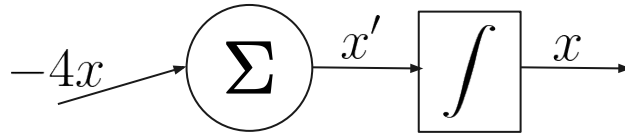
## Ecuación diferencial de primer orden

$$x' = -4x$$

Convertir los términos de la derecha en una entrada a un bloque sumador



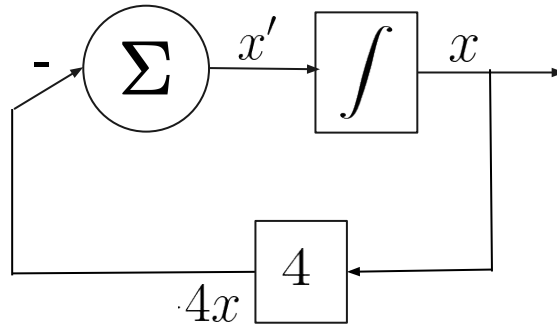
A partir del sumador, se agregan tantos bloques integradores como sea necesario para reducir las derivadas de mayor orden a la variable de salida



## Ecuación diferencial de primer orden

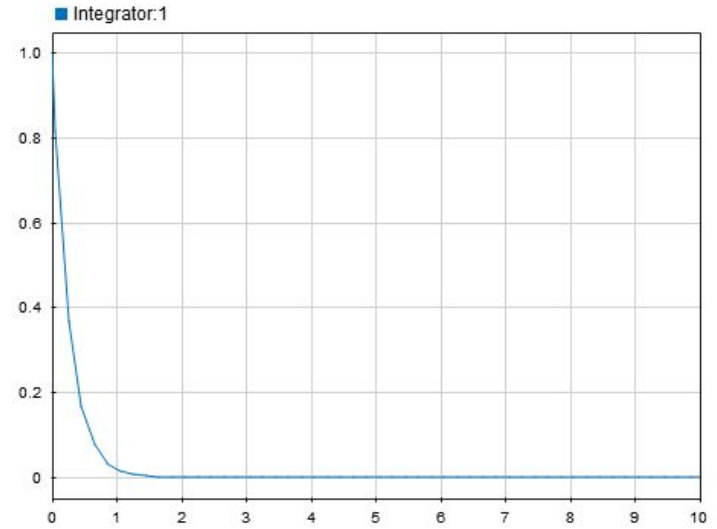
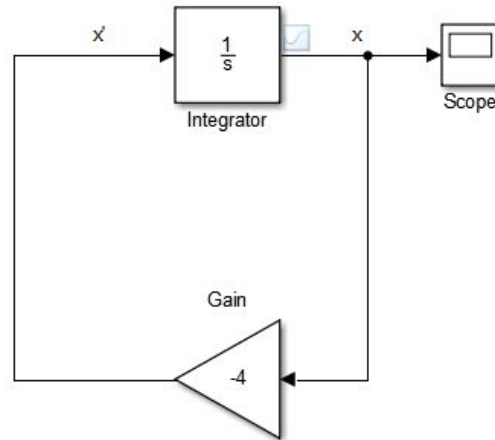
$$x' = -4x$$

¿Alguna señal retroalimenta al sumador? → Conectar las señales integradas con bloques de ganancia para crear las señales necesarias



# Ecuación diferencial de primer orden

$$x' = -4x$$
$$x(0) = 1$$



# Resolver

---

Elegir uno:

$$6x' + x = u(t), \quad x(0) = 2$$

- $x' + 4x = 2\sin(3t), \quad x(0) = 0$

- $4x' + 7x = 2\cos(t), \quad x(0) = 1$

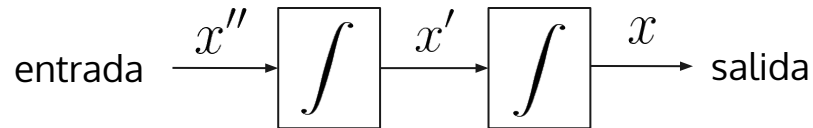
-

# Ecuación diferencial de **segundo orden**

Asumimos que se puede escribir la ecuación como:

$$x''(t) = F(t, x(t), x'(t))$$

En bloques:

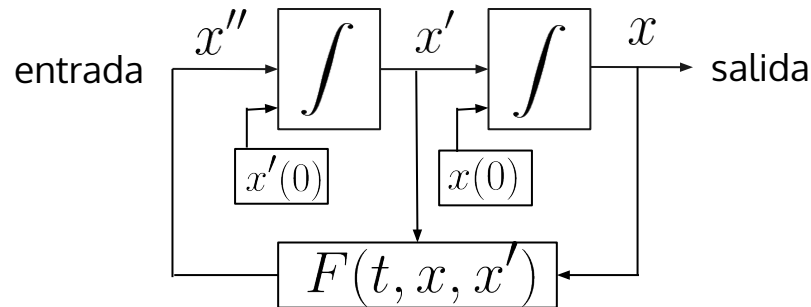


## Ecuación diferencial de **segundo orden**

$$x''(t) = F(t, x(t), x'(t))$$

$$x'(0) = x_0, \quad x(0) = v_0$$

En bloques:



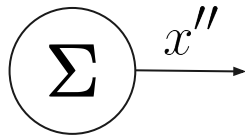
## Ecuación diferencial de **segundo orden**

Resolver:  $x'' + 4x' + 3x = 0$      $x'(0) = 0$ ,  $x(0) = 0$

Tomar el término con la derivada de mayor orden y ponerlo del lado izquierdo de la igualdad

$$x'' = -4x' - 3x$$

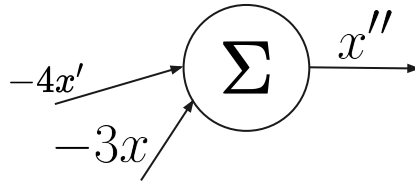
Hacer que el término de la izquierda sea la salida de un bloque sumador



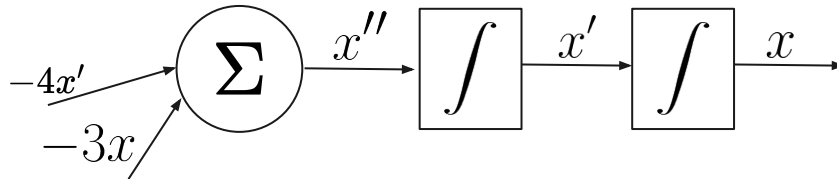
## Ecuación diferencial de **segundo orden**

$$x'' = -4x' - 3x$$

Convertir los términos de la derecha en una entrada a un bloque sumador



A partir del sumador, se agregan tantos bloques integradores como sea necesario para reducir las derivadas de mayor orden a la variable de salida

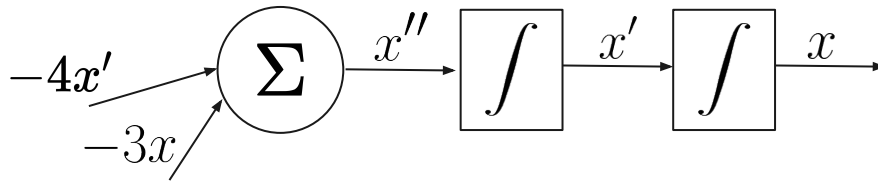




## Ecuación diferencial de **segundo orden**

$$x'' = -4x' - 3x$$

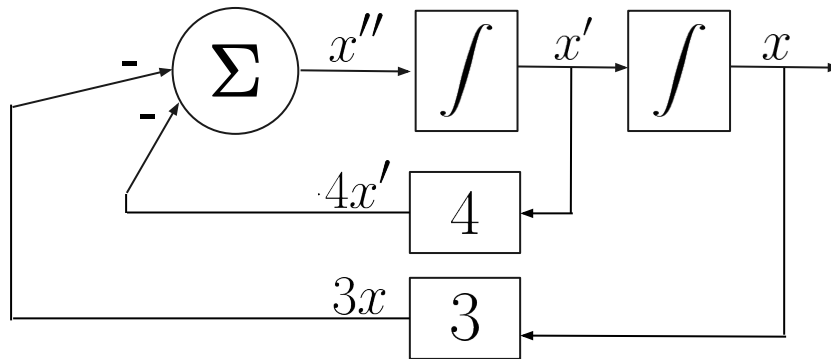
Alguna señal retroalimenta al sumador?



## Ecuación diferencial de **segundo orden**

$$x'' = -4x' - 3x$$

Alguna señal retroalimenta al sumador? → Conectar las señales integradas con bloques de ganancia para crear las señales necesarias



# Resolver

---

Elegir uno:

- $8x'' + 5x' + 6x = 0,$   
 $x(0) = 0, x'(0) = 1$
- $mx'' + cx' + kx = f(t)$   
 $x(0) = 0, x'(0) = 0$   
 $m = 0.25, c = 0.5, k = 1$
- **Oscilador armónico simple:**  
 $mx'' + kx = 0$   
 $x(0) = 0, x'(0) = 0$   
 $m = 2, k = 5$

# Sistema de ecuaciones diferenciales

---

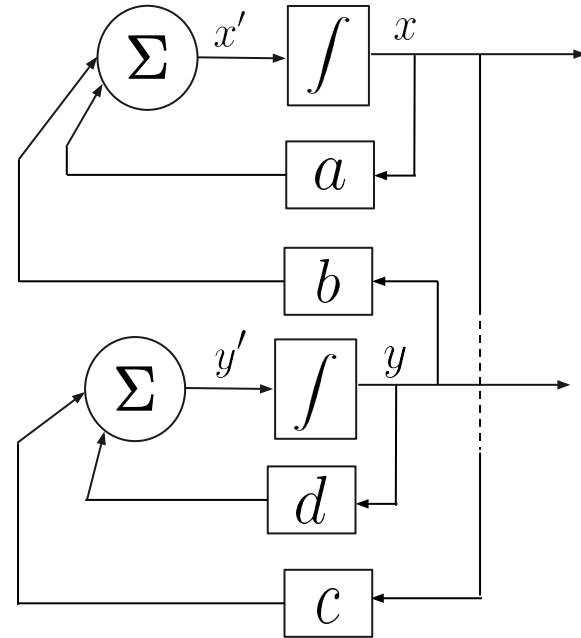
Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{aligned}x' &= ax + by \\y' &= cx + dy\end{aligned}$$

El mismo puede ser modelado usando dos integradores (uno por cada ecuación. Dado el acoplamiento, hay que conectar las salidas de los integradores a entradas).

## Sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}x' &= ax + by \\y' &= cx + dy\end{aligned}$$

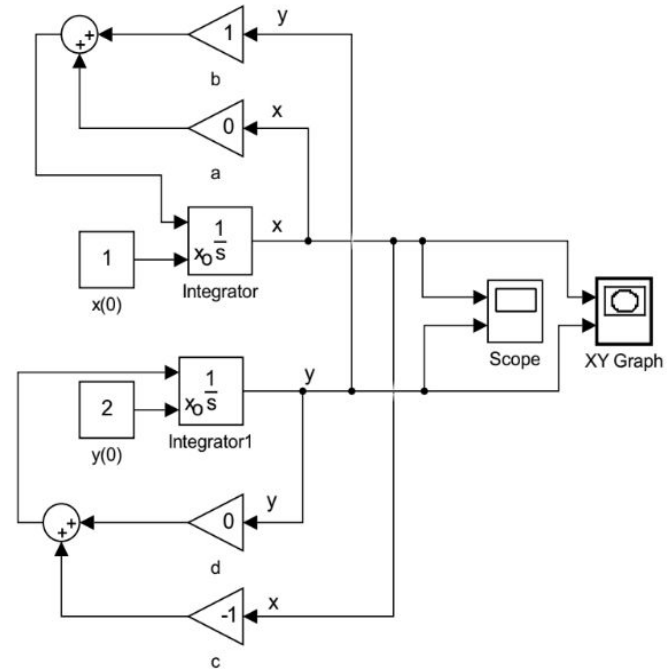


# Sistema de ecuaciones diferenciales

$$x' = ax + by$$
$$y' = cx + dy$$

$$a = 0, \quad b = 1, \quad c = -1 \quad d = 0$$

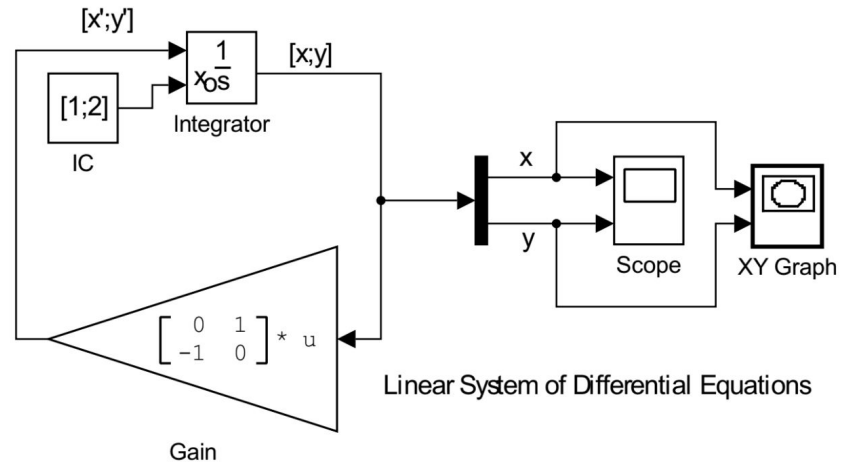
$$x(0) = 1, \quad y(0) = 2$$



# Sistema de ecuaciones diferenciales

$$x' = ax + by$$
$$y' = cx + dy$$

$$a = 0, \quad b = 1, \quad c = -1 \quad d = 0$$
$$x(0) = 1, \quad y(0) = 2$$

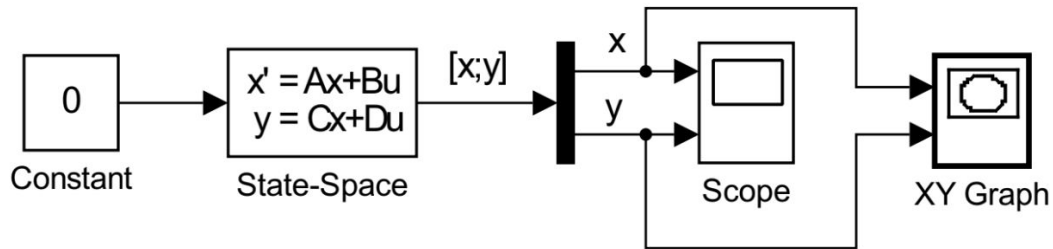


# Sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}x' &= ax + by \\y' &= cx + dy\end{aligned}$$

$$a = 0, \quad b = 1, \quad c = -1 \quad d = 0$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 2$$





# Resolver

---

$$\begin{cases} 3x_1'' + 10x_1' + 60x_1 + 5x_2' = f(t) \\ 5x_1 + 4x_2'' + 5x_2' + 40x_2 = 0 \end{cases}$$
$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0$$

# Contenidos

---

Efectos del envejecimiento sobre los parámetros del modelo.

Componentes frecuenciales de la onda de pulso arterial.

Modelado arterial: Ecuaciones de Windkessel:

- Dos elementos
- Tres elementos
- Viscoelástico
- Cuatro elementos
- Viscoelástico de inercia

Estimación de parámetros de modelos de Windkessel simples y complejos. Medidas de bondad del ajuste.

# Conceptos a trabajar

---



Ecuaciones de distintos modelos



Implementación de los modelos de  $Wk_2$  y  $Wk_3$  en Simulink.



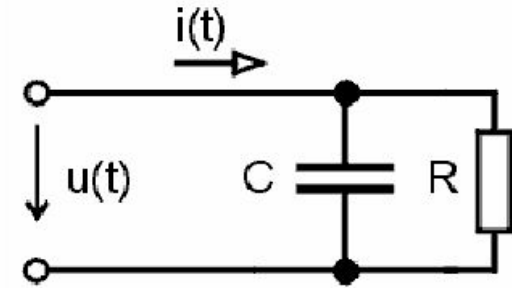
Simulación de arterias mediante trenes de pulso.

## Windkessel de 2 elementos

Donde  $R$  es la resistencia periférica ( $R_p$ ),  $C$  es la capacitancia arterial sistémica ( $C_a$ ).

Sobre las entradas:  $u(t)$  es la presión ventricular izquierda ( $P_{Vi}(t)$ ) e  $i(t)$  es la onda de flujo de sangre eyectada por el corazón ( $Q_{Vi}(t)$ ).

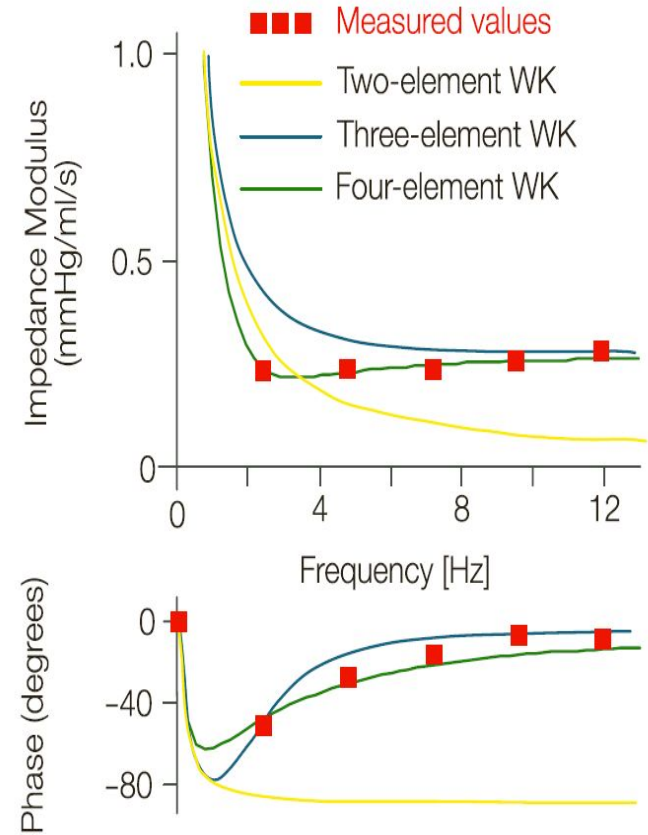
La presión arterial queda determinada por el voltaje en bornes del capacitor



a) 2WM

# Inconsistencias del modelo de WK de 2 elementos

- ⊙ El modelo  $WK_2$  acusa deficiencias en el *ajuste de la fase sistólica*.
- ⊙ No pueden evaluarse fenómenos relacionados con el *propagación o reflexión de ondas*.
- ⊙ El modelo no es representativo del comportamiento medido en términos de *impedancia arterial ( $Z_{in}$ )*. Esta última establece la relación presión-flujo medida en la aorta proximal ( $Z_{in}(f) = P_A(f)/Q_A(f)$ ) en el *dominio frecuencial*.

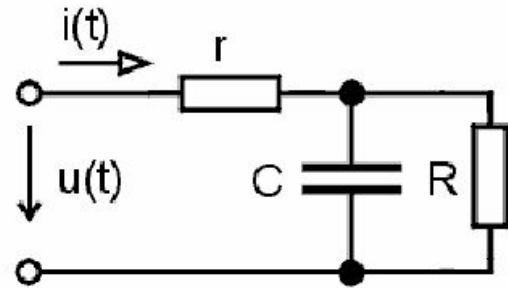


## Windkessel de 3 elementos

Donde  $R$  es la resistencia periférica ( $R_p$ ),  $C$  es la capacitancia arterial sistémica ( $C_a$ ) y  $r$  es la resistencia de la aorta proximal ( $R_c$ ).

Sobre las entradas:  $u(t)$  es la presión ventricular izquierda ( $P_{Vl}(t)$ ) e  $i(t)$  es la onda de flujo de sangre eyectada por el corazón ( $Q_{Vl}(t)$ ).

La presión arterial queda determinada por el voltaje en bornes del capacitor



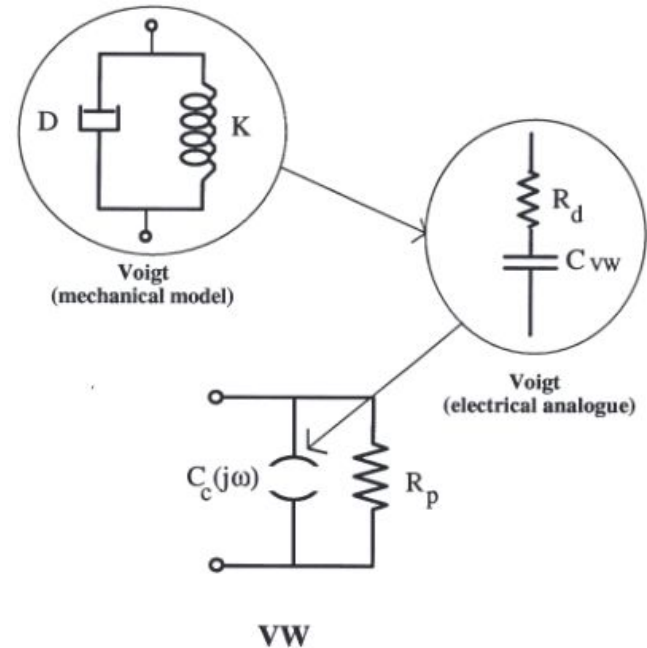
b) 3WMM

# Windkessel viscoelástico

Donde  $R_p$  es la resistencia periférica y  $C_c(j\omega)$  es una capacitancia compleja y dependiente de la frecuencia.

$C_c(j\omega)$  se puede describir mediante una célula de Voigt. Su análogo eléctrico es una resistencia  $R_d$ , que representa las pérdidas viscosas en la pared arterial, en serie con un capacitor  $C_{vw}$ , la capacitancia estática.

Las entradas y salidas son análogas a las de los otros modelos.

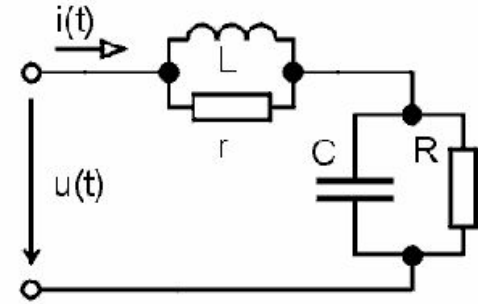


## Windkessel de 4 elementos

Donde  $R$  es la resistencia periférica ( $R_p$ ),  $C$  es la capacitancia arterial sistémica ( $C_a$ ),  $r$  es la resistencia de la aorta proximal ( $R_c$ ) y  $L$  la inercia de la sangre.

Sobre las entradas:  $u(t)$  es la presión ventricular izquierda ( $P_{Vl}(t)$ ) e  $i(t)$  es la onda de flujo de sangre eyectada por el corazón ( $Q_{Vl}(t)$ ).

La presión arterial queda determinada por el voltaje en bornes del capacitor



c)4WMM



## Simulación a partir de $Wk_2$ y $Wk_3$

### Para individuos normales

Se emplean los valores de  $R_p$ ,  $C_a$  y  $R_c$  indicados en la Guía para individuos normotensos

### Para individuos envejecidos

Las arterias de personas envejecidas presentan un valor de  $C_a$  disminuido

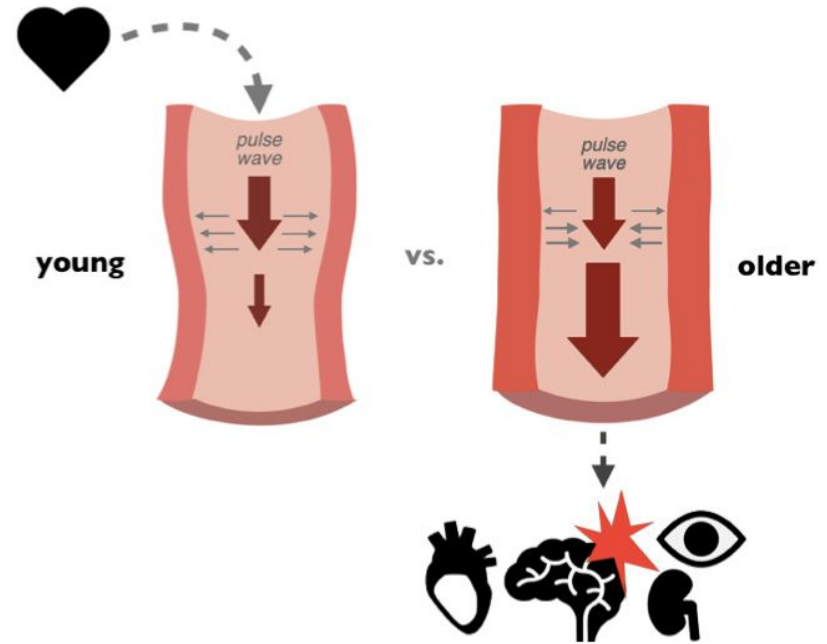
### Para individuos patológicos

Las arterias de individuos hipertensos o ateromatosos presentan una disminución de  $C_a$  y un aumento de  $R_p$

# Individuos envejecidos

---

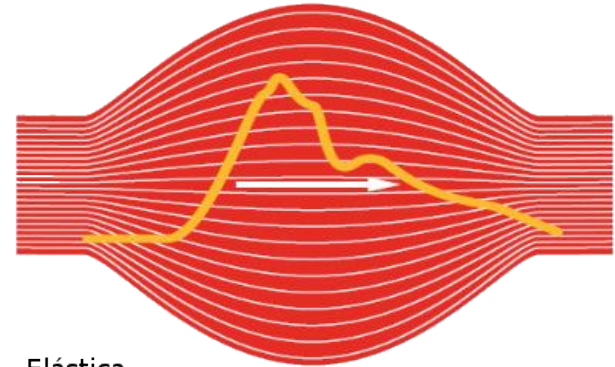
La disminución en la compliancia arterial sistémica se explica por un aumento en la rigidez de la pared arterial, que ocurre naturalmente con el envejecimiento (debido a cambios mecánicos y estructurales en la pared vascular).



# Individuos envejecidos

---

La disminución en la compliancia arterial sistémica se explica por un aumento en la rigidez de la pared arterial, que ocurre naturalmente con el envejecimiento (debido a cambios mecánicos y estructurales en la pared vascular).



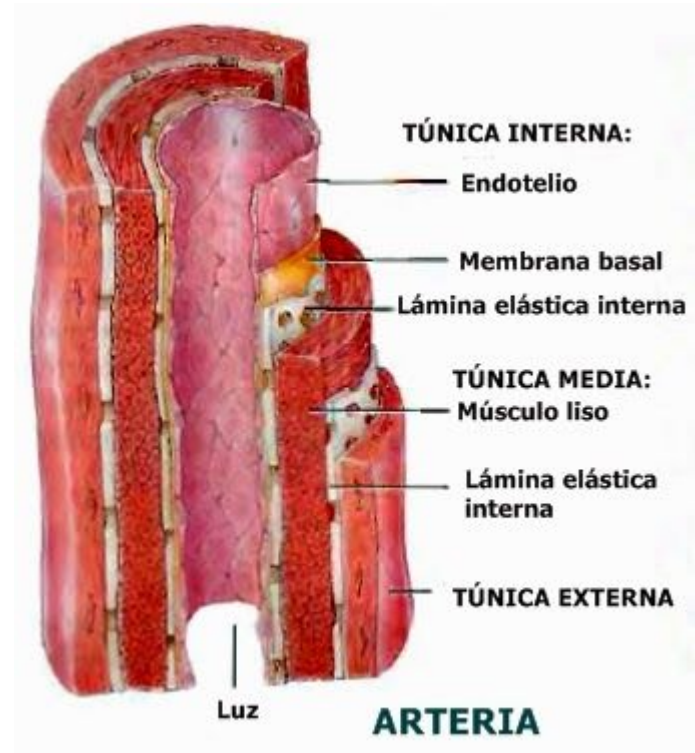
Elástica



Rígida

# Individuos envejecidos

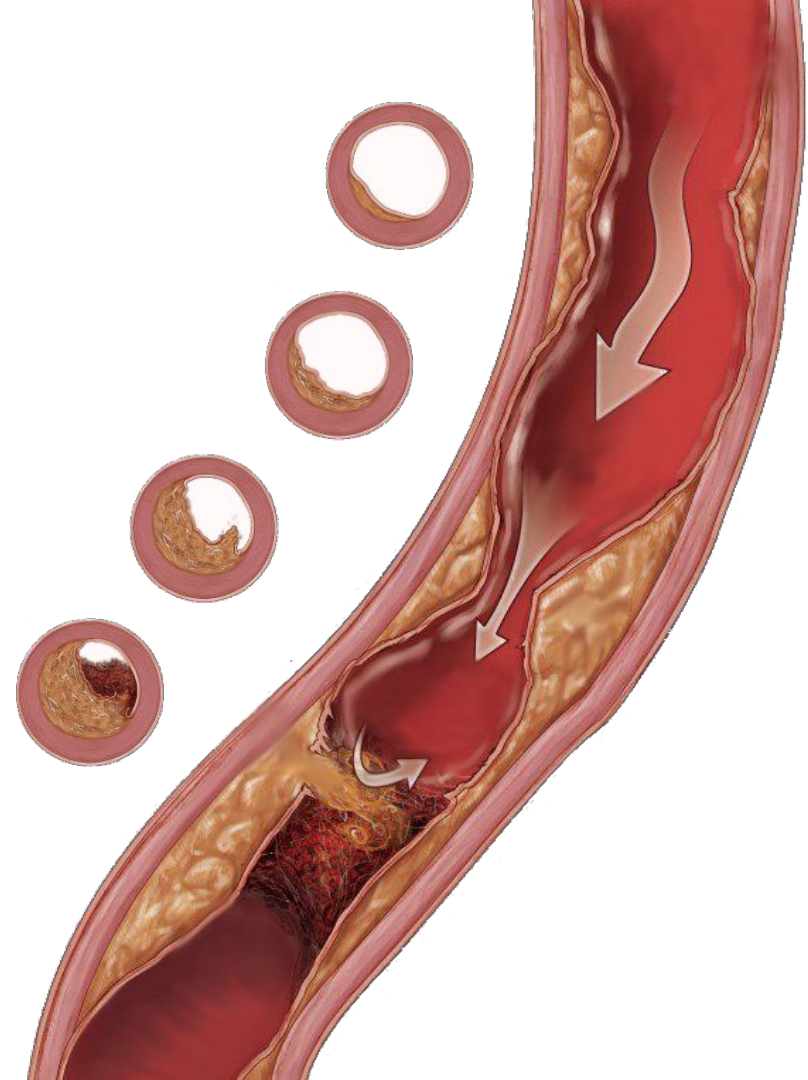
También ocurre un engrosamiento en la pared arterial, en la túnica íntima (o interna).



# Aterosclerosis

---

Los efectos del envejecimiento pueden verse exacerbados por otros factores, como la presencia de placas de ateroma que disminuyen la luz arterial y producen turbulencias en el flujo sanguíneo. Adicionalmente, la aterosclerosis se asocia con una mayor rigidización de las arterias.





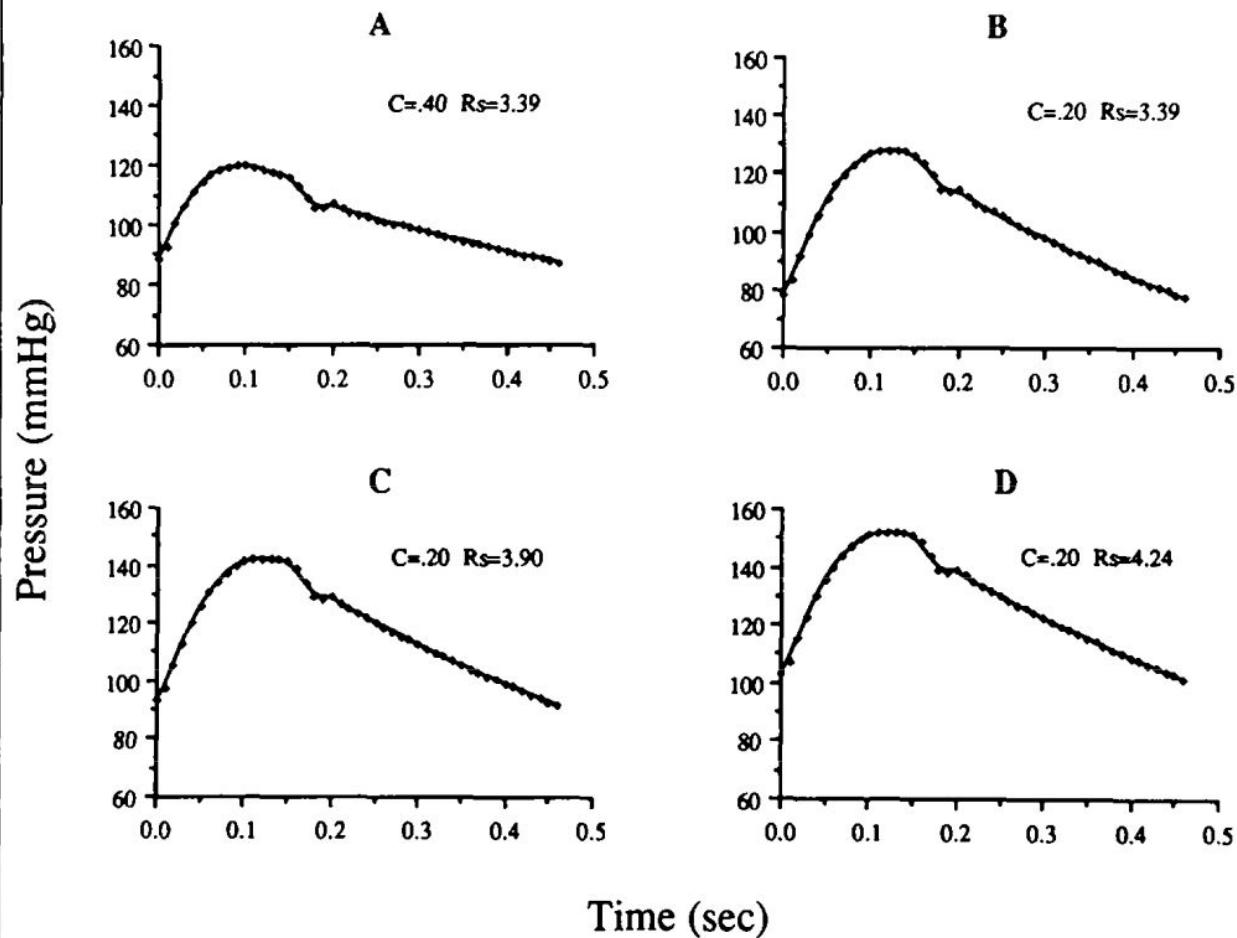
**TABLE I** Ps/Pd for Different Compliance and Rs Combinations\*

	Compliance			
	-10%	-25%	-50%	-75%
Rs				
No change	120/86	122/84	128/77	149/59
15%	135/101	137/99	142/92	164/73
25%	145/111	146/108	152/102	173/82

\* Actual values of C and Rs were 0.40 ml/mm Hg and 3.39 mm Hg · s/ml, respectively.

Rs = peripheral resistance.

**Tabla 1: Presiones máximas y mínimas para distintos valores de  $C_a$  y  $R_p$**



**FIGURE 4.** Predicted aortic pressures using different values of C (ml/mm Hg) and  $R_s$  (mm Hg · s/ml). *A*, measured values of C and  $R_s$ . *B*, 50% decrease in C, same  $R_s$ . *C*, 50% decrease in C, 15% increase in  $R_s$ . *D*, 50% decrease in C, 25% increase in  $R_s$ .



# Gracias!


**Preguntas?**

---

Lucía Lemes

 [llemes@cup.edu.uy](mailto:llemes@cup.edu.uy)

Ricardo Armentano

 [rarmetano@cup.edu.uy](mailto:rarmetano@cup.edu.uy)

# Enlaces de interés

---

[1] Jani, B. (2006). *Ageing and vascular ageing*. *Postgraduate Medical Journal*, 82(968), 357–362. doi:10.1136/pgmj.2005.036053

[2] Berger, D. S., y Li, J. K.-J. (1990) Concurrent compliance reduction and increased peripheral resistance in the manifestation of isolated systolic hypertension. *The American Journal of Cardiology*, 65(1), 67–71. doi:10.1016/0002-9149(90)90027-x

[3] Burattini, R., & Natalucci, S. (1998). *Complex and frequency-dependent compliance of viscoelastic windkessel resolves contradictions in elastic windkessels*. *Medical Engineering & Physics*, 20(7), 502–514. doi:10.1016/s1350-4533(98)00055-1

[4] Chaturvedi, D. K. (2017). *Modeling and simulation of systems using MATLAB and Simulink*. CRC press

[5] Cobelli, C., & Carson, E. (2019). *Introduction to modeling in physiology and medicine*. Academic Press.

[6] Herman, R. (2016). *Solving Differential Equations Using SIMULINK*. Published by RL Herman, 259-268.

[7] Enderle, J.D. (2006). *Physiological Modeling: A course in Differential Equations for Biomedical Engineers*. Class Notes for BME 315 and BME 235.