

Matemática 1

Examen

CURE

31 Julio de 2023

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se debe utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 [35 pts.]

- (a) [10 pts.] Dada la sucesión $\{c_n\} = \frac{2^n}{3^n - 4} \forall n > 1$. Demostrar que es decreciente y acotada inferiormente.
- (b) [5 pts.] ¿Qué se puede deducir del resultado de la parte anterior?
- (c) [10 pts.] Clasifique las siguientes series y en caso de convergencia calcule la suma:

1.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{2n}}{n!}$$

2.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 + 5^n}{2^n}$$

- (d) [10 pts.] ¿Para qué valores reales de t converge la siguiente serie? Justifique

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{8t - 3}{3} \right)^n$$

Problema 2 [35 pts.]

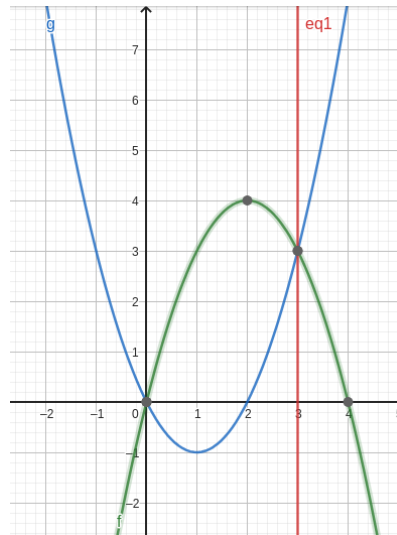
Sea la función $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(\pi x)}{x-1} & \text{si } x < -1 \\ (a+1)x - b & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ e^{x-1}(x^2 + 2x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- (a) [10 pts.] Determine para que valores de $a, b \in \mathbb{R}$, h es continua. Fundamente detalladamente su resultado.
- (b) [10 pts.] Estudie derivabilidad de h en \mathbb{R} .
- (c) [15 pts.] Estudie acotación de h en \mathbb{R} y halle, en caso de existencia, extremos absolutos.

Problema 3 [30 pts.]

- (a) [15 pts.] Hallar el área encerrada entre la función roja(eq1), la verde(f) y el segmento de recta desde $x=3$ a $x=4$.



- (b) [15 pts.]

1.

$$\int_0^{\pi/4} t^2 \operatorname{sen}(2t) dt$$

2.

$$\int t \sqrt[3]{t+5} dt$$