# Modulación y Procesamiento de Señales
# Examen Julio 2021

Tecnólogo en Telecomunicaciones - FING/CURE
Universidad de la República

3 de agosto de 2021

## Problema 1

Se considera un sistema de transmisión banda base unipolar binario. La fuente emite símbolos "0" y "1" con probabilidad 2/3 y 1/3 respectivamente, a una tasa de $r$ símbolos/s. Se utiliza el pulso conformador $p(t) = sinc(rt)$ modulado con amplitudes -1 y 2 para enviar "0" y "1" respectivamente. El canal tiene ancho de banda $BW_C = 20\ kHz$ e introduce ruido que se puede modelar como blanco, aditivo y gaussiano con densidad espectral de potencia $\eta/2$ constante, con $\eta = 5 \times 10^{-6}\ W/Hz$. El filtro de recepción tiene ancho de banda $BW_R = BW_C$ y se muestrea en el instante óptimo.

(a) Bosquejar el pulso enviado cuando la fuente emite un "0" y cuando emite un "1". Bosquejar la onda conformada si se envía la secuencia 101.

(b) Calcule y esboce la densidad espectral de potencia de la señal PAM. Además, calcule la potencia de la señal PAM.

(c) Indicar el valor de la tasa de símbolos $r$ que permite aprovechar al máximo el ancho de banda del canal sin introducir interferencia intersimbólica.

(d) ¿Cuanto vale la potencia de la señal en recepcion? Expresar el resultado en funcion de la potencia de la señal PAM ($S_x$) y el largo del canal $L$. Calcular la relación señal a ruido en recepción, suponiendo que el transmisor compensa la atenuación del canal.

(e) Suponga que en recepción se utiliza el umbral $V = 0.5$. Indicar la probabilidad de error en recepción.

(f) ¿Sería razonable suponer que utilizando este umbral se obtenga el mínimo error? Justificar, indicando el umbral optimo en caso de no ser el utilizado en la parte anterior.

**Fórmulas útiles**

| | | |
|---|---|---|
| Escalón: | $u(t)$ | $= \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ |
| Rectángulo: | $\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)$ | $= \begin{cases} 1 & \lvert t\rvert < \tau/2 \\ 0 & \lvert t\rvert > \tau/2 \end{cases}$ |
| Triángulo: | $\Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right)$ | $= \begin{cases} 1 - \frac{\lvert t\rvert}{\tau} & \lvert t\rvert < \tau \\ 0 & \lvert t\rvert > \tau \end{cases}$ |
| Coseno: | $cos(\theta)$ | $= \frac{e^{j\theta}+e^{-j\theta}}{2}$ |

| Función | Transformada de Fourier |
|---|---|
| $r\text{sinc}(rt)$ | $\Pi\left(\frac{f}{r}\right)$ |
| $\Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right)$ | $\tau\text{sinc}^2(f\tau)$ |
| $\cos(\Omega_0 t)$ | $\pi[\delta(\Omega-\Omega_0)+\delta(\Omega+\Omega_0)]$ |
| $x(t)e^{j\Omega_0 t}$ | $X[j(\Omega-\Omega_0)]$ |
| $f(t)g(t)$ | $\frac{1}{2\pi}\left[F(j\Omega) * G(j\Omega)\right]$ |

Densidad espectral de potencia de señal PAM digital

$$G_x(f) = \sigma_a^2 r_b |P(f)|^2 + (\mu_a r_b)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} |P(kr_b)|^2 \delta(f - kr_b)$$

Probabilidad de error de receptor regenerativo binario con umbral de decisión $V$

$$P_e = P_0\, Q\left(\frac{V - a_0}{\sigma_\eta}\right) + P_1\, Q\left(\frac{a_1 - V}{\sigma_\eta}\right)$$

En el caso de señalización M-aria polar, para que $P_e \approx 10^{-5}$, se tiene que cumplir que

$$SNR_R \approx 6(M^2 - 1)$$

Relación señal a ruido en sistema PCM

$$SNR_D = \frac{S_x}{X_m^2}\left(\frac{3q^2}{1 + 4q^2 P_e}\right)\frac{f_s}{2W}$$

Función $Q(k)$ (cola gaussiana)