SEGUNDO PARCIAL – ROCHA

MATEMÁTICA 1 2023 - CURE

1. (50 pts.) Trazar la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$$

indicando: dominio, intersección con los ejes de coordenadas, puntos críticos, regiones de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, comportamiento de la función cuando x tiende a más infinito y a menos infinito, e intervalos de convexidad.

2. (50 pts.)

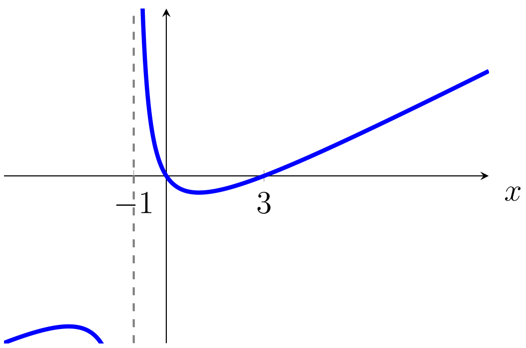
a) Calcular las primitivas de $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

b) Hallar F, la primitiva de f que verifica que $F(0) = 0$.

c) Hallar una primitiva de $g(x) = (e^{2F(x)} - 1)(x^3 + 2)$.

Solución.

Ejercicio 1:



$f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$, sus raíces son $x = -3$ y $x = 1$. En los intervalos $(-\infty, -3)$ y $[1, +\infty)$ la derivada es positiva, y en el intervalo $(-3, -1)$ la derivada es negativa. Por lo tanto la función es creciente en los intervalos $(-\infty, -3)$ y $[1, +\infty)$, y es decreciente en el intervalo $(-3, -1)$. En $x = -3$ la función tiene un máximo relativo, y en $x = 1$ un mínimo

Fecha: 3 de julio, 2023.

relativo. En el intervalo $(-\infty, -1)$ la función tiene concavidad negativa y en el intervalo $(-1, +\infty)$ concavidad positiva.

Ejercicio 2:
a) Una forma de encontrar las primitivas es dividir y multiplicar por 2 y hacer la sustitución $u = x^2 + 1$. Las primitivas de f son de la forma $\dfrac{\log(x^2+1)}{2} + c$.
b) $\dfrac{\log(x^2+1)}{2} + c = 0$, entonces $c = 0$. Por lo tanto $F(x) = \dfrac{\log(x^2+1)}{2}$.
c) $g(x) = x^2(x^3+2)$. Multiplicando y dividiendo por 3 podemos hacer la sustitución $u = x^3 + 2$. Una primitiva de f es $\dfrac{(x^3+2)^2}{6}$.