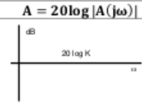
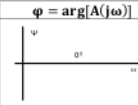
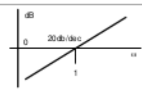
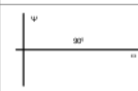
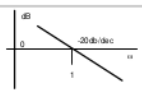
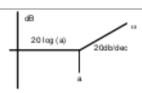
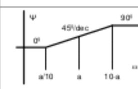
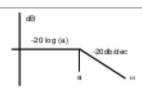
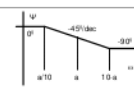
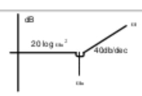
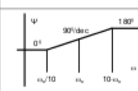
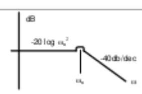
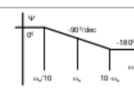
Diagrama de Bode

2 de julio de 2023

Características de magnitud y fase de los diferentes tipos de polos y de ceros de un sistema.[1]

Términos	$A = 20\log\|A(j\omega)\|$	Comentarios	$\varphi = \arg[A(j\omega)]$	Comentarios	Otros
Ganancia K		Valor constante $20 \cdot \log(K)$		Valor constante 0º	Si K < 0 Fase = 180º
Cero en el origen s^n		Pendiente 20dB/dec $A = 0[dB]$ en $\omega = 1$		Valor constante 90º	Si n > 1 la fase y la amplitud se multiplican por n para todos los casos.
Polo en el origen $1/s^n$		Pendiente -20dB/dec $A = 0[dB]$ en $\omega = 1$		Valor constante -90º	
Cero simple $(s+a)^n$		$20 \cdot \log\ (a) \quad \forall\ \omega \leq a$ Pendiente 20dB/dec $\forall\ \omega > a$		$(0, a/10)$ 0º $(a/10, 10a)$ 45º/dec $(10a, \infty)$ 90º	Para $\omega = a$ $\psi = 45º$
Polo simple $1/(s+a)^n$		$-20 \cdot \log\ (a) \quad \forall\ \omega \leq a$ Pendiente -20dB/dec $\forall\ \omega > a$		$(0, a/10)$ 0º $(a/10, 10a)$ $-$ 45º/dec $(10a, \infty)$ $-$ 90º	Para $\omega = a$ $\psi = -45º$
Cero complejo conjugado $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$		$20 \cdot \log\ \omega_n^2 \quad \forall\ \omega \leq \omega_n$ Pendiente 40dB/dec $\forall\ \omega > \omega_n$		$(0, \omega_n/10)$ 0º $(\omega_n/10, 10\omega_n)$ 90º/dec $(10\omega_n, \infty)$ 180º	Siendo $(s+a)^2 + b^2$ con amort. $\xi = tan\frac{b}{a} < \frac{\sqrt{2}}{2}$: - La frec. de resonancia $\omega_r = \omega_n \cdot \sqrt{1-2\xi^2}$ - El pico de res. en dB $M_r = \frac{1}{2\xi\omega_n^2 \cdot \sqrt{1-\xi^2}}$
Polo complejo conjugado $1/(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)$		$-20 \cdot \log\ \omega_n^2 \quad \forall\ \omega \leq \omega_n$ Pendiente -40dB/dec $\forall\ \omega > \omega_n$		$(0, \omega_n/10)$ 0º $(\omega_n/10, 10\omega_n)$ $-$ 90º/dec $(10\omega_n, \infty)$ $-$ 180º	

[1] Imagen extraída archivo Construcción diagramas de Bode, Universidad Rey Juan Carlos, España.

⋆Ejercicio 4

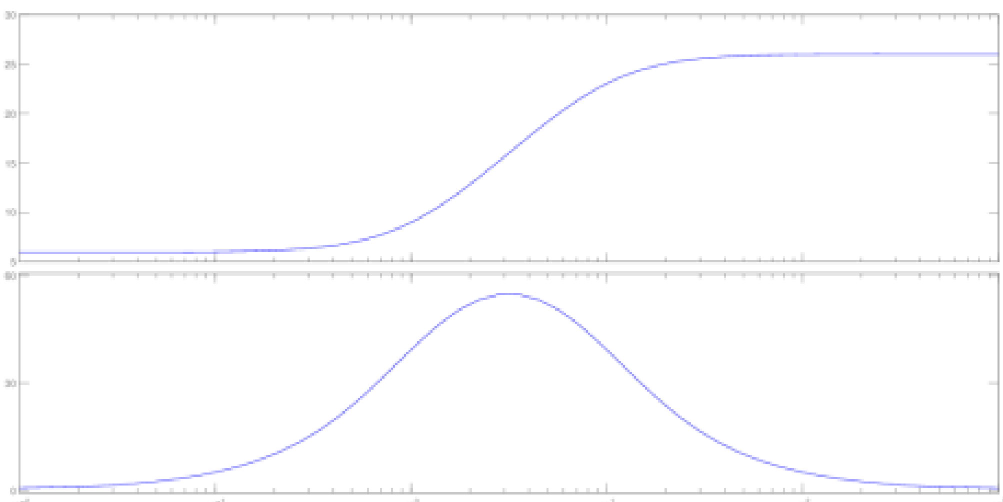
Grafique los Diagramas asintóticos de Bode (fase y amplitud) de las siguientes transferencias, indicando los valores exactos en los puntos notables.

$$a)\ \frac{2(j\omega+1)}{(0.1j\omega+1)} \quad , \quad b)\ -\frac{4(2j\omega+1)}{(0.1+j\omega)} \quad , \quad c)\ -\frac{2(0.1j\omega-1)}{(j\omega+1)} \quad ,$$

$$d)\ \frac{10(100.\omega^2+j20\omega)}{(j\omega+2)(10j\omega+1)} \quad , \quad e)\ -\frac{5(0.1j\omega+1)}{j\omega(1+j0.5\omega)\left[1+j0.6\frac{\omega}{50}-\frac{\omega^2}{50^2}\right]}$$

Solución:

Parte a):



$$H_a(j\omega) = \frac{2(j\omega+1)}{0,1j\omega+1}$$

El sistema tiene un cero en 1 y un polo en 10.

1- $\underline{\omega \ll 1}$

Módulo:
$|H_a(j\omega)| \approx 2 \Rightarrow |H_a(j\omega)|(db) = 20log(2)db = 6{,}02db$

Argumento:
$arg(H_a(j\omega)) = 0$

2- $\underline{1 \ll \omega \ll 10}$

Módulo: $|H_a(j\omega)| \approx 2j\omega \Rightarrow |H_a(j\omega)|(db) = 20log(2) + 20log(w) = 6,02 + 20log(w)db$

Argumento: $arg(H_a(j\omega)) = \frac{\pi}{2}$

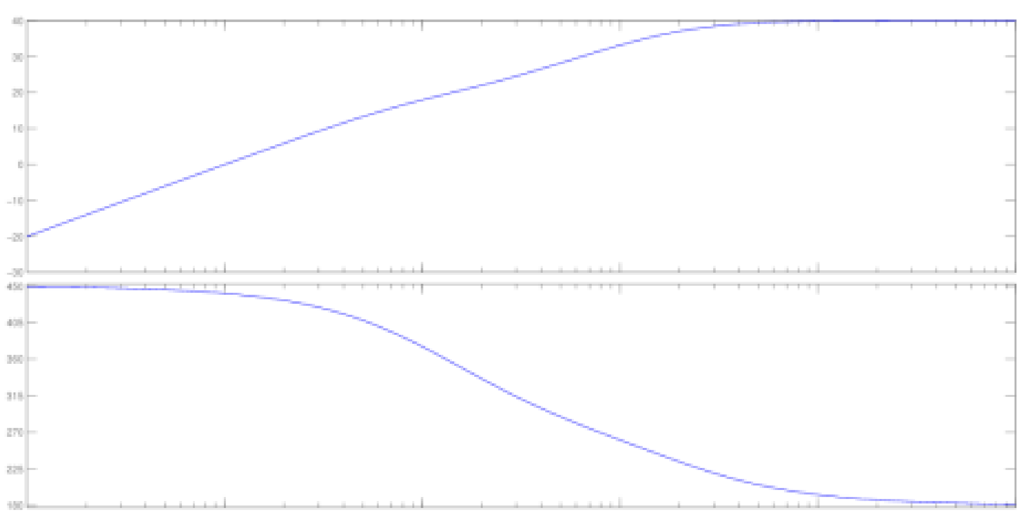
3- $\underline{\omega \ll 10}$

Módulo:$|H_a(j\omega)| \approx 20 \Rightarrow |H_a(j\omega)|(db) = 20log(2) + 20log(20) = 6,02 + 20db$

Argumento: $arg(H_a(j\omega)) = 0$

Obs: En caso de dos caminos posibles en el argumento, es decir, si en un caso previo evaluado tengo argumento 0, y en el siguiente intervalo puede ser $\pi/2$ o $-3\pi/2$, observar el orden del polo o del cero(mirar la tabla). Otra forma de resolver esto es evaluar en el punto, y observar el argumento en ese punto.

Parte d):



$$H_d(j\omega) = \frac{10(100\omega^2 + 20j\omega)}{(j\omega + 2)(10j\omega + 1)}$$

El sistema tiene ceros en 0 y 2, y polos en 0,1 y 2.

1- $\underline{\omega \ll 0,1}$

Módulo:

$|H_d(j\omega)| \approx 100j\omega \Rightarrow |H_d(j\omega)|(db) = 20log(100) + 20log(\omega)\ db$

Argumento:

$arg(H_d(j\omega)) = \frac{\pi}{2}$

2- $\underline{0,1 \ll \omega \ll 0,2}$

Módulo:

$|H_d(j\omega)| \approx 10 \Rightarrow |H_d(j\omega)|(db) = 20log(10)\ db$

Argumento:

$arg(H_d(j\omega)) = 0$

3- $\underline{0,2 \ll \omega \ll 2}$

Módulo:

$|H_d(j\omega)| \approx -50j\omega \Rightarrow |H_d(j\omega)|(db) = 20log(50) + 20log(\omega)\ db$

Argumento:

$arg(H_d(j\omega)) = \frac{-\pi}{2}$

4- $\underline{\omega \ll 2}$

Módulo:

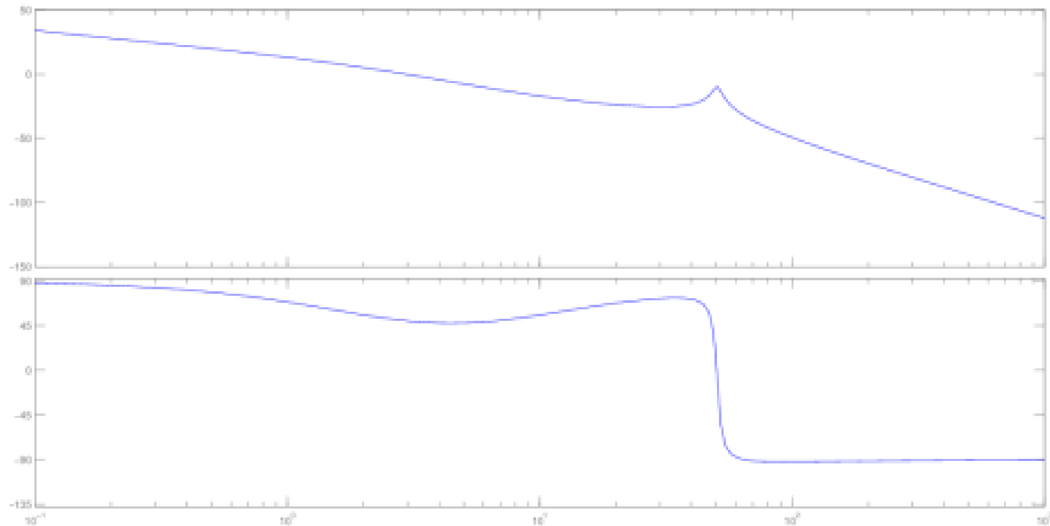
$|H_d(j\omega)| \approx -100 \Rightarrow |H_d(j\omega)|(db) = 20log(100)db$

Argumento:

$arg(H_d(j\omega)) = -\pi$

Obs: El seda es mayor que un por lo que el sistema estśa sobreamortiguado y tiene polos reales negativos.

Parte e):



$$H_e(j\omega) = \frac{-5(0,1j\omega+1)}{j\omega(1+0,5j\omega)(1+j0,6\frac{\omega}{50}-\frac{\omega^2}{50^2})}$$

El sistema tiene cero en 10, y polos en 0, 2 y 50. A partir del modelo de segundo orden, $(j\omega)^2+2\zeta\omega_0 j\omega+(\omega_o)^2$, se obtienen los parámetros del sistema son: frecuencia $\omega_o = 50$ y factor de amortiguamiento $\zeta = 0,3$. Sacando factor común cada uno de los coeficientes de los terminos de mayor orden de cada factorización, se obtiene:

$$H_e(j\omega) = -2500\frac{j\omega+10}{j\omega(j\omega+2)((j\omega)^2+0,6*50j\omega+50^2)}$$

1- $\underline{\omega \ll 2}$:

Módulo:
$|H_e(j\omega)| \approx 5\ \omega \Rightarrow |H_e(j\omega)|(db) = 20log(5) - 20log(\omega)\ db$

Argumento:
$arg(H_d(j\omega)) = \frac{\pi}{2}$

2- $\underline{2 \ll \omega \ll 10}$:

Módulo:
$|H_e(j\omega)| \approx 5\ \omega \Rightarrow |H_e(j\omega)|(db) = 20log(10) - 40log(\omega)\ db$

Argumento:
$arg(H_d(j\omega)) = 0$

3- $\underline{10 \ll \omega \ll 50}$:

Módulo:
$|H_e(j\omega)| \approx 5\ \omega \Rightarrow |H_e(j\omega)|(db) = -20log(\omega)\ db$

Argumento:
$arg(H_d(j\omega)) = \frac{\pi}{2}$

4- $\underline{\omega \ll 50}$:

Módulo:
$|H_e(j\omega)| \approx 5\ \omega \Rightarrow |H_e(j\omega)|(db) = 20log(2500) - 60log(\omega)\ db$

Argumento:
$arg(H_d(j\omega)) = -\frac{\pi}{2}$

Obs 1: El seda esta entre cero y uno por lo que el sistema esta subamortiguado y tiene polos complejos conjugados, como $\omega_0 = 50rad/s$, ahí se observa el pico. El tamaño del pico queda determinado por el valor de seda entre cero y uno.
Obs 2: Cada módulo de cada intervalo representa una ecuación de una recta, donde la variable esta en escala logarítmica.
Ejemplo (caso: $2 \ll \omega \ll 10$ **)**, el módulo es:

$|H_e(j\omega)|(db) = 20log(10) - 40log(\omega)\ db$, donde -40 es la pendiente de la recta, y $20log(10)$ es el corte de la recta en la ordenada, **no** el punto de la recta en el polo o el cero, para saber esto hay que evaluar la recta en dicho punto.