

Señales y sistemas

Proyecto Final 2023: estudio de un sistema de primer orden.

El objetivo de este proyecto es el estudio de un sistema real de primer orden, en el cual se aplicarán todas las herramientas vistas en el curso. Este estudio se realizará desde varios puntos de vista diferentes: el modelado matemático del sistema, la solución analítica de las ecuaciones que lo describen, la aproximación numérica y simulación en computadora y la construcción del sistema físico real y las mediciones experimentales sobre el mismo.

El proyecto se divide en 5 módulos, cada una de los cuales aborda este estudio utilizando diferentes herramientas, y para cada una de ellas se repite el mismo ciclo descrito anteriormente: modelado matemático, simulación numérica y validación experimental.

En primer lugar, se comienza con el estudio del sistema en el dominio del tiempo utilizando ecuaciones diferenciales. En segundo lugar, se continúa con el estudio del sistema en el dominio temporal, pero empleando la teoría de sistemas impartida en el curso. En el tercer módulo se estudia la respuesta del sistema frente a entradas periódicas, utilizando series de Fourier. El cuarto extiende dicho análisis a entradas no periódicas utilizando Transformadas de Fourier. El quinto y último módulo es de aplicación, en el cual se utiliza el sistema estudiado como filtro analógico para eliminar interferencias en señales de interés; para posteriormente emular este proceso de filtrado utilizando un sistema discreto.

Cada *módulo* está compuesto por problemas que guían el proceso a llevar a cabo para realizar el ciclo modelado-simulación-validación. Cada una de estas partes tiene un objetivo concreto que el estudiante deberá cumplir, sin embargo los pasos a seguir y las herramientas a utilizar no serán especificadas explícitamente. Parte del objetivo es que el estudiante investigue cuál de dichas herramientas es apropiada para cumplir dicho objetivo.

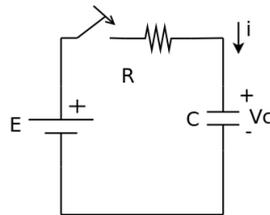


Figura 1: Sistema a analizar durante el proyecto: circuito eléctrico RC.

Desde el punto de vista experimental se cuenta con los siguientes instrumentos:

- Medida: Tester, Arduino, Osciloscopio.
- Entrada: Baterías, fuentes de alimentación y generadores de señal.
- Simulación: Matlab/Python.

Tanto para Arduino como para el Osciloscopio se proveen programas de comunicación con Matlab.

Entrega 1. Estudio del sistema en el dominio del tiempo (parte 1)

Modelado del sistema utilizando ecuaciones diferenciales.

♦ Ejercicio 1 (Modelado matemático y descripción analítica de un circuito capacitivo I)

Objetivo: El objetivo de este problema es obtener el modelo matemático del sistema y utilizarlo para predecir (analíticamente) el comportamiento del sistema real.

- Considere el sistema eléctrico de la Figura 1. Obtenga el modelo matemático del mismo utilizando las leyes que gobiernan cada componente y considerando como entrada la tensión en bornes de la fuente (e) y como salida la tensión en bornes del condensador (v_C).
- Resuelva la ecuación diferencial obtenida en la parte anterior considerando una entrada nula y que el condensador se encuentra completamente cargado en $t = 0$.

♦ Ejercicio 2 (Solución numérica del modelo I)

Objetivo: El objetivo de este problema es resolver numéricamente el modelo anterior, verificar que mediante la simulación numérica se pueden obtener los mismos resultados, y entender bajo qué condiciones esto es válido.

- Para el modelo obtenido en el Ejercicio 1, discretice la ecuación diferencial utilizando un esquema numérico de orden 1 que garantice que el sistema discreto resultante sea causal.
- Implemente una solución numérica de la ecuación en diferencias en las mismas condiciones dadas en el Ejercicio 1.
- Compare la solución numérica con la analítica obtenida en el Ejercicio 1

♦ Ejercicio 3 (Implementación de un circuito RC)

Objetivo: El objetivo de este problema es desarrollar la capacidad de implementar un sistema real, medir su comportamiento y contrastarlo cualitativamente con lo que predice la teoría.

- Diseñe e implemente el circuito de la Figura 1 de forma tal que su constante de tiempo sea aproximadamente 1 segundo.
- Mida la fuente y el resto de los componentes para relevar sus valores reales.
- Cierre el circuito y mida el voltaje en bornes del condensador. Observe de qué manera varía en el tiempo.
- Recalcule los parámetros del modelo con los valores relevados en la Parte b.

Entrega 2. Estudio del sistema en el dominio del tiempo (parte 2)

Estudio del sistema usando la teoría de análisis temporal sistemas.

♦ Ejercicio 4 (Descripción analítica del sistema II)

Objetivo: Estudiar el sistema en tiempo continuo utilizando la respuesta al impulso y al escalón

- Calcule analíticamente la respuesta al impulso del sistema utilizando la solución obtenida en el Ejercicio 1.
- Utilizando la respuesta al impulso obtenida, calcule la respuesta al escalón del sistema.

◆ Ejercicio 5 (Solución numérica del modelo II)

Objetivo: El objetivo de este problema es el cálculo numérico de la respuesta del sistema a un escalón unitario.

- Calcule analíticamente la respuesta al impulso del sistema discreto.
- Calcule la salida utilizando la convolución discreta.
- Calcule la salida empleando la ecuación en diferencias.
- Compare ambas soluciones con la solución obtenida en el Ejercicio 4. Discuta los resultados.

◆ Ejercicio 6 (Relevamiento experimental del sistema)

Objetivo: El objetivo de este problema es la medida experimental del circuito y el contraste cuantitativo con lo predicho por la teoría y las simulaciones.

- Considere una entrada escalón. Para el circuito RC implementado en el Ejercicio 3, mida el voltaje de salida y observe su comportamiento a lo largo del tiempo. Explique los resultados obtenidos y lo adecuado de una u otra herramienta.
- Almacene la señal observada en la computadora y grafique el intervalo de interés.
- Compare con el modelo obtenido en el Ejercicio 4. Discuta los resultados.
- Repita el procedimiento anterior para un pulso rectangular.
- ¿Qué espera que suceda al disminuir el ancho del pulso de entrada? Verifique experimentalmente esta predicción.

Entrega 3. Análisis Periódico de Fourier

Estudio del sistema empleando Series de Fourier para entradas periódicas.

◆ Ejercicio 7 (Descripción analítica del sistema III)

- Calcule la respuesta en frecuencia del sistema utilizando Series de Fourier.
- Considere una señal de entrada periódica con forma de pulso rectangular. Calcule la salida en el dominio de la frecuencia y reconstruya la señal en el tiempo.
- Explique el comportamiento predicho por la teoría.

◆ Ejercicio 8 (Simulación del sistema III)

- Calcule numéricamente la solución del sistema, realizando una aproximación finita de la Serie de Fourier, de forma tal que la misma conserve el 95 % de la energía de la señal.
- Grafique el resultado obtenido y compare con lo predicho en el Ejercicio 7.

◆ Ejercicio 9 (Verificación experimental del sistema III)

- Implemente el circuito con la entrada especificada en el Ejercicio 7.
- Capture la señal con un osciloscopio (o un DAC) y grafique.
- Compare con lo predicho en el Ejercicio 8.

Entrega 4. Análisis de Fourier de señales no periódicas

Estudio del sistema empleando Transformada de Fourier para entradas no periódicas.

♦ Ejercicio 10 (Descripción analítica del sistema IV)

Objetivo: Estudiar el sistema usando Transformada de Fourier de Tiempo Continuo (CTFT)

- Calcule la transformada de Fourier del escalón unitario.
- Calcule la respuesta en frecuencia del sistema.
- Calcule (en frecuencia) la salida del sistema correspondiente a la entrada escalón.
- Antitransforme lo obtenido en la parte anterior para obtener la salida en el dominio del tiempo continuo. Dado que no podrá calcularlo analíticamente, se deberá utilizar una aproximación en computadora.
- Compare con lo obtenido analíticamente en la [Entrega 2](#) (Ejercicio 4).

♦ Ejercicio 11 (Solución numérica del sistema IV)

Objetivo: Cálculo de transformadas de Fourier numéricamente.

- Defina una entrada escalón en el dominio del tiempo.
- Calcule la transformada de la entrada.
- Implemente la respuesta en frecuencia del sistema y calcule la transformada de la salida.
- Compare con lo obtenido analíticamente en el Ejercicio 10.

Entrega 5. Implementación de sistemas

En este módulo se plantea como objetivo la eliminación de interferencias en señales biológicas mediante un filtrado digital y analógico. Para ello se proveen señales de ECG contaminadas con ruido de alta y baja frecuencia. Los registros electrocardiográficos fueron obtenidos de la base de datos de arritmias del MIT y BIH. Las señales a utilizar son: s1.csv y s2.csv. Frecuencia de muestreo: 360 Hz.

♦ Ejercicio 12 (Eliminación de interferencias con filtrado analógico)

Objetivo: El sistema descrito anteriormente puede ser interpretado como un filtro analógico que deberá ser adaptado para filtrar las señales de ECG.

- Estudie el espectro de la señal contaminada s1, y caracterice la interferencia a eliminar.
- Decida qué filtro es el adecuado para eliminar la interferencia y realice el filtrado adaptando el sistema físico real (eligiendo el parámetro del sistema para lograr el comportamiento deseado.).
- Repita el procedimiento anterior para la señal s2.

♦ Ejercicio 13 (Eliminación de interferencias con filtrado digital)

Objetivo: En este problema se busca emular el proceso de filtrado analógico realizado en el Ejercicio 12 utilizando un sistema discreto y el teorema del muestreo.

- Diseñe un sistema discreto que presente una respuesta en frecuencia similar al filtro analógico diseñado anteriormente.
- Implemente el sistema en un dispositivo físico y verifique el funcionamiento del sistema analógico resultante.
- Realice el filtrado de las señales de ECG provistas.
- Discuta los resultados obtenidos y compare con los resultados del filtrado analógico.