

Matemática 1

Primer Parcial

CURE

8 de Mayo de 2023

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se debe utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.

Problema 1 [15 pts.]

Sea la función $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(\pi x)}{x-1} & \text{si } x < -1 \\ (a+1)x - b & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ e^{x-1}(x^2 + 2x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- [5 pts.] Determine para que valores de $a, b \in \mathbb{R}$, h es continua. Fundamente detalladamente su resultado.
- [5 pts.] Estudie derivabilidad de h en \mathbb{R} .
- [5 pts.] Estudie acotación de h en \mathbb{R} y halle, en caso de existencia, extremos absolutos.

Problema 2 [15 pts.]

- (a) [5 pts.] Aproximar $\sqrt[3]{e}$ con un error menor a 10^{-4} .
- (b) [5 pts.] Demuestre por inducción completa la siguiente proposición:

$$3^{2n} - 1 = 8$$

- (c) [5 pts.] Calcular el siguiente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x} - 5}{x^2 - 25x}$$

Problema 3 [10 pts.]

- (a) [5 pts.] Un cartel debe tener un área de 180 cm^2 con un margen de 15 cm a los costados e inferiormente y 30 cm superiormente. Hallar las dimensiones del cartel que tenga mayor área de impresión.
- (b) [5 pts.] Hallar dos números cuya suma sea 66 y de forma que el producto P de uno de ellos por el cuadrado del otro sea máximo.