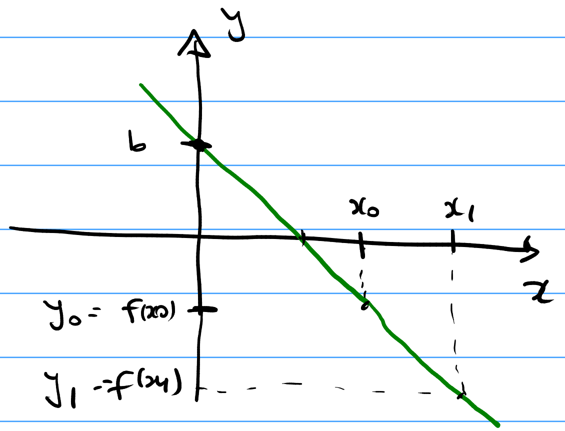
Recordemos:

rectas tienen ecuaciones $y = ax+b$

o sea, el gráfico de una función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax+b$

$a, b \in \mathbb{R}$ fijos

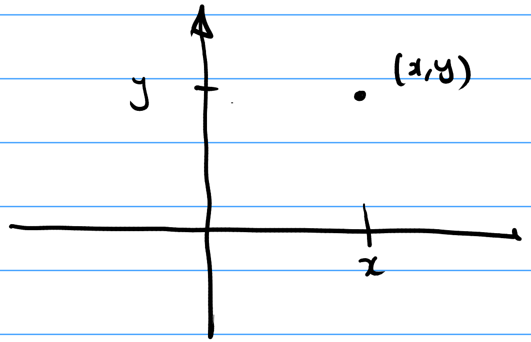


$$\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = a \quad \text{pendiente.}$$

siempre da a sin importar cuál x_0 y x_1 elija ($x_0 \neq x_1$).

Vimos curvas en el plano

punto del plano $\longleftrightarrow$ (x,y) par de números



Muchas curvas son de la forma:

$$F(x,y) = 0$$

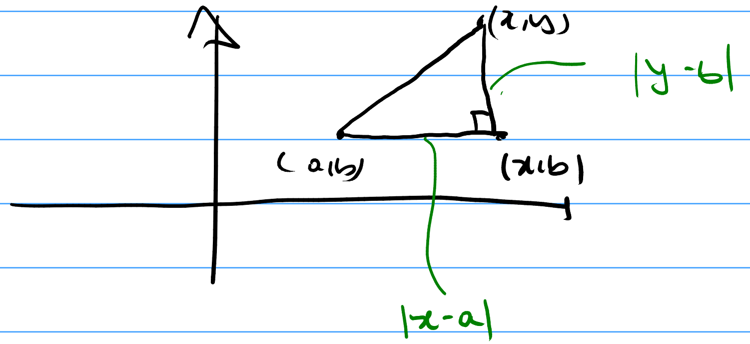
Por ejemplo $F(x,y) = x^2+y^2-1$

los puntos (x,y) que cumplen $x^2+y^2-1=0$ es la circunferencia de centro $(0,0)$ y radio 1

Similarmente, $\overbrace{(x-a)^2+(y-b)^2}^{d((x,y),(a,b))^2} - r^2 = 0$ es la ecuación de circunf. de centro (a,b) y radio $r>0$

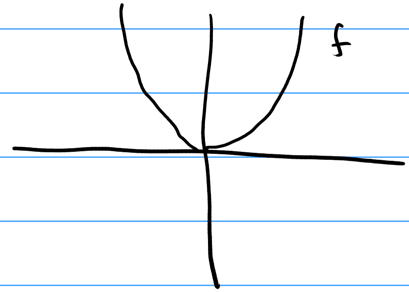
Recordar que la distancia entre (x,y) y (a,b) es

$$d\big((x,y),(a,b)\big) = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

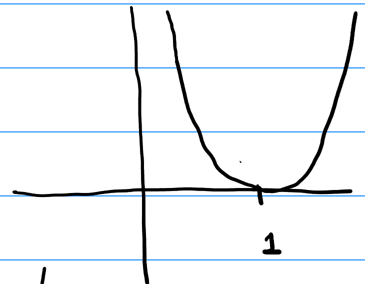


Cambio de coordenadas.

$f(x) = x^2$

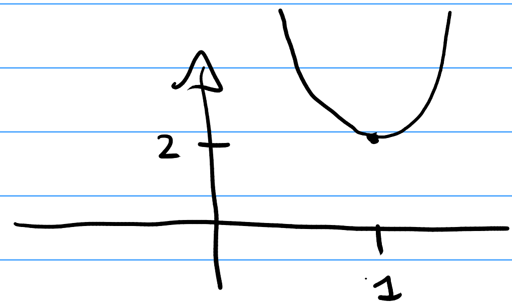


$f(x) = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$



$f(x) = (x-1)^2 + 2$

$y - 2 = (x-1)^2$

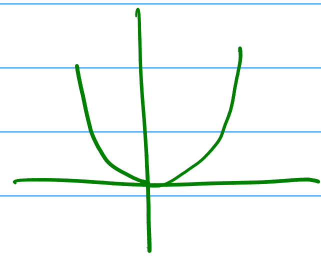


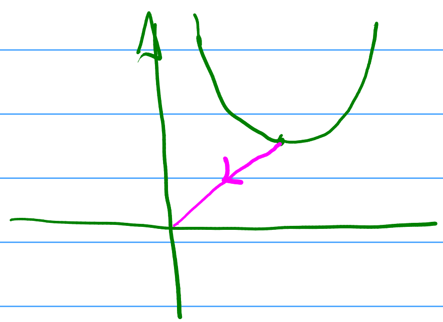
$$\text{plano} \rightleftarrows \text{plano}$$

$$(x,y) \longmapsto (\underbrace{x-1}_{\tilde{x}}, \underbrace{y-2}_{\tilde{y}}) = (\tilde{x},\tilde{y})$$

$$(\tilde{x}+1, \tilde{y}+2) \longleftarrow\!\shortmid (\tilde{x},\tilde{y})$$

$$y-2 = (x-1)^2 \longleftarrow \tilde{y} = \tilde{x}^2$$





Ej $2y - x^2 - 4x + 6 = 0 \iff 2y = \underbrace{x^2 + 4x}_{} - 6$

$= (x+2)^2 - 4 - 6$

$= (x+2)^2 - 10$

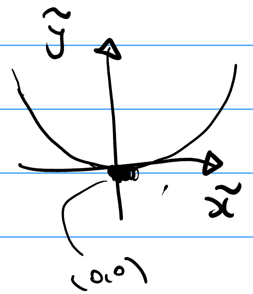
$$\left[\begin{array}{l} x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \\ x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4 \end{array}\right]$$

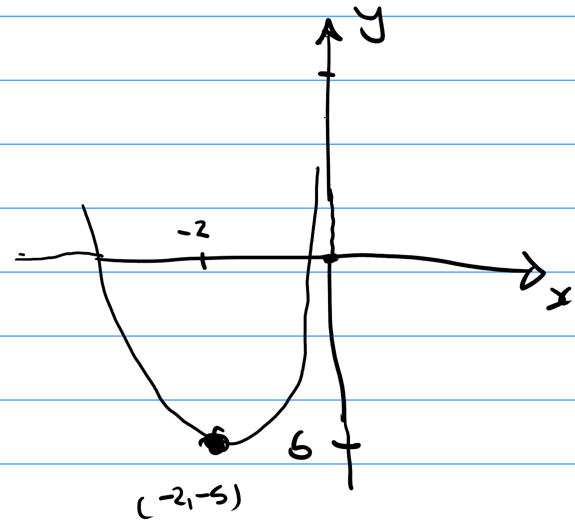
$\iff 2(y+5) = (x+2)^2$

$y + 5 = \frac{1}{2}(x+2)^2$

$$\boxed{\begin{cases} \tilde{y} = y + 5 \\ \tilde{x} = x + 2 \end{cases}}$$

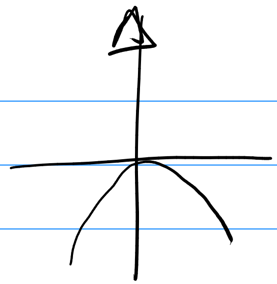
tengo $\tilde{y} = \frac{1}{2}\tilde{x}^2$





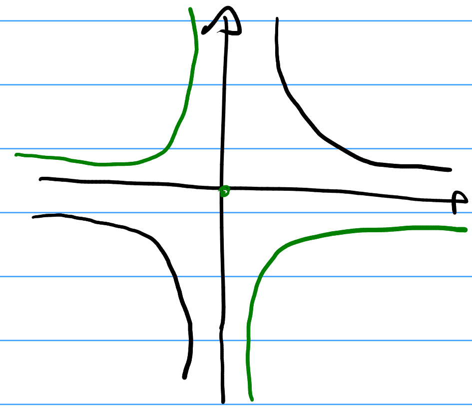
(*) $\begin{cases} \text{quando } \tilde{y} = 0 \text{ temos } y = -5 \\ \text{quando } \tilde{x} = 0 \text{ temos } x = -2 \end{cases}$

$y = -x^2$



Hipérbolas $\qquad xy = 1 \qquad$ tiene soluciones

$xy = -1$



$f(x) = \dfrac{1}{x}$ no está definida en $x=0$

El dominio de f es $\mathbb{R} - \{0\}$. Escribimos $f: \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$.

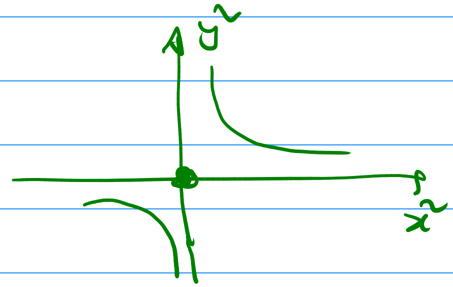
Ecuación $\qquad y - b = \dfrac{1}{x-a}$ donde $a, b \in \mathbb{R}$ fijos.

Para graficar los puntos que satisfacen la ecuación puedo cambiar de coordenadas:

$$\begin{cases} \tilde{y} = y - b \\ \tilde{x} = x - a \end{cases}$$

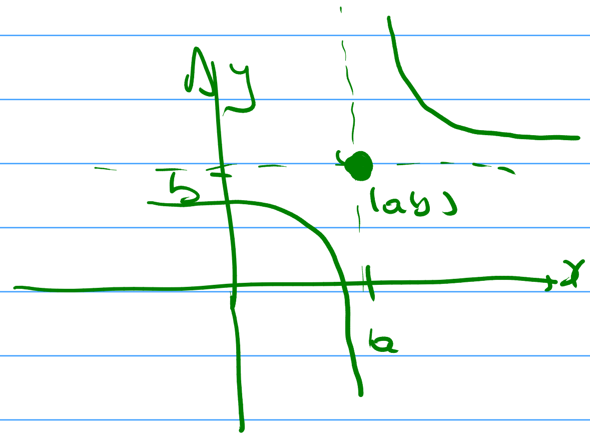
la ecuación $y - b = \dfrac{1}{x-a}$

se transforma en $\tilde{y} = \dfrac{1}{\tilde{x}}$



$\tilde{y} = 0$ si y sólo si $y = b$

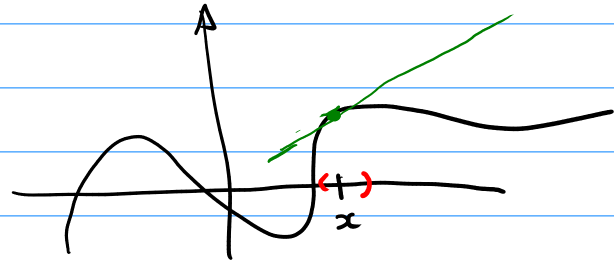
$\tilde{x} = 0$ si y solo si $x = a$



La idea de la derivada.

Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es una función

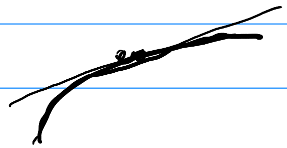
la derivada de f en x

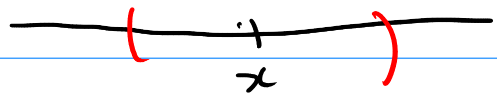


"es la pendiente del gráfico de f en el punto $(x,f(x))$".

O, es la pendiente de la recta tangente al gráfico en ese punto.

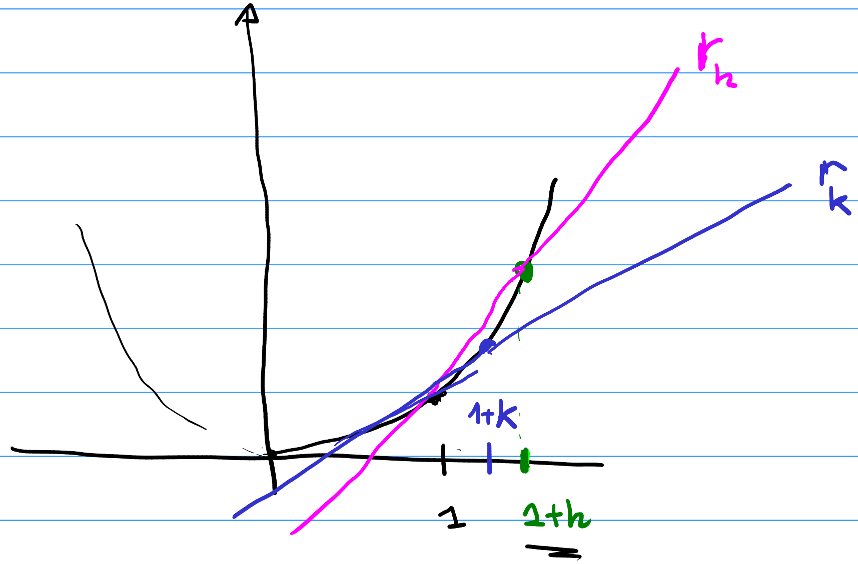
Solamente importa lo que sucede en un intervalo suficientemente chico alrededor de x





O es la pendiente de la recta que mejor aproxima al gráfico en punto $(x,f(x))$

Por ejemplo, si $f(x) = x^2$



Cuando $1+h$ "se va acercando a 1"
(cuando h se acerca a 0)
van cambiando las rectas
y cuando $1+h \to 1$ ($h \to 0$)

las rectas r_h tienden a la recta tangente.

Derivada en 1 = pendiente de la recta tangente.

Pendiente de recta por (a,b) y (x,y) es igual a
$$\frac{y-b}{x-a}$$

Cuál es la pendiente de r_h:

r_h pasa por $(1, f(1)) = (1, 1)$
$(1+h, f(1+h)) = (1+h, (1+h)^2)$

Así que la pendiente de r_h es $\dfrac{(1+h)^2-1}{1+h-1} = \dfrac{h^2+2h+\cancel{1}-\cancel{1}}{h}$

$$= \frac{h^2+2h}{h} = h+2 \xrightarrow[h\to 0]{} 2$$

La pendiente de la tangente es 2.

Así que la derivada de $f(x)=x^2$ en 1 es 2