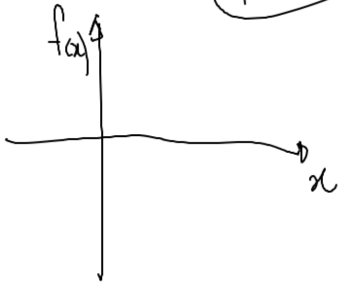
Clase de Rocha 29 de mayo

$f(x) = 2x^3 - 4x^2$ en $[2, 7]$

$f'(x) = 6x^2 - 8x$



$6x^2 - 8x = 0$

$x \cdot (6x - 8) = 0$ — $x = 0$

$6x - 8 = 0$

$x = \frac{8}{6} = \boxed{\frac{4}{3}}$

3) c) $f(x) = x^{\frac{2}{5}} + 1$ en $[-1, 1]$

$(-1)^{\frac{2}{5}} = \left((-1)^{\frac{1}{5}}\right)^2$

1) Evaluar f en los extremos del intervalo

2) Calcular $f'(x)$ y estudiarle el signo

3) Evaluar f en las raíces de f' y en los puntos donde f está definida y no es derivable.

1) $f(-1) = (-1)^{\frac{2}{5}} + 1 = \sqrt[5]{(-1)^2} + 1 = 2$ // $f(1) = 1^{\frac{2}{5}} + 1 = 2$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

$f(x) = x^{\frac{2}{5}} + 1$

$x^{\alpha} \longrightarrow \alpha . x^{\alpha - 1}$

$\frac{2}{5} - 1 = \frac{2}{5} - \frac{5}{5} = -\frac{3}{5}$

$f'(x) = \frac{2}{5} . x^{-3/5} = \frac{2}{5\, x^{3/5}} = \frac{2}{5 . \left(x^{1/5}\right)^3}$

$x^{-3/5} = \left(x^{3/5}\right)^{-1}$

$Sg\, f'(x)$ — $-$ $\nexists$ $+$; 0 ; x

$f(0) = 1$

Máximo de f: 2 y se alcanza en -1 y 1

Mínimo de f: 1 y se alcanza en $x = 0$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ en $[0, \sqrt{8}]$

$\sqrt{u} \longrightarrow \frac{1}{2\sqrt{u}} . u'$

Dominio $\mathbb{R}$

$f(0) = 1$ $\quad f(\sqrt{8}) = 3$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} . 2x = \frac{\cancel{2} x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ $\; \sqrt{x^2+1} > 0$

$x = 0$

$Sg\, f'(x)$ — $-$ 0 $+$; 0 ; $\sqrt{8}$; x

$Sg(x)$ — $-$ 0 $+$; 0

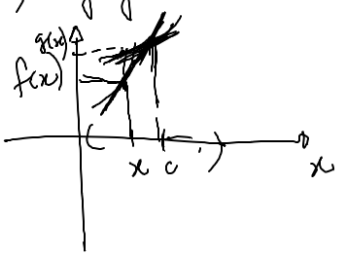
$Sg\sqrt{x^2+1}$ — $+ + + +$

$Sg\, f'(x)$ — $-$ 0 $+$; 0

El mínimo es 1 y se alcanza en 0.

El máximo es 3 y se alcanza en $\sqrt{8}$.

4) f y g derivables en (a,b) ; $g'(x) < f'(x)$ $\forall x \in (a,b)$



$\exists c \in (a,b) / \ f(c) = g(c)$

Demuestre si $x \in (a,b)$, entonces:

$g(x) < f(x)$ si $c < x$

$f(x) < g(x)$ si $x < c$

Sea h: $h(x) = f(x) - g(x)$

¿h es derivable en (a,b)?

Sí, porque es la resta de 2 funciones derivables.

$g'(x) < f'(x) \Longrightarrow f'(x) - g'(x) > 0 \ \forall x \in (a,b) \Rightarrow h'(x) > 0 \ \forall x \in (a,b)$

$h'(x) = f'(x) - g'(x)$

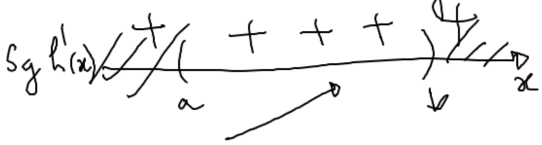
$\exists c \in (a,b) \,/\, f(c) = g(c)$

$\Rightarrow h(c) = f(c) - g(c) = 0$

La función h cumple: h derivable en (a,b)

$\exists c \in (a,b) \,/\, h(c) = 0$

y $h'(x) > 0 \ \forall x \in (a,b)$



h estrict. crec.

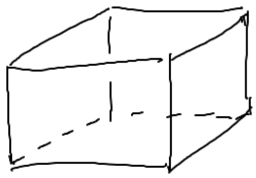
Entonces: Si $x \in (a,b)$

1) $x < c \Rightarrow h(x) < 0 \Rightarrow f(x) - g(x) < 0$
$\Rightarrow f(x) < g(x)$

y

2) $x > c \Rightarrow h(x) > 0 \Rightarrow f(x) - g(x) > 0$
$\Rightarrow f(x) > g(x)$

5



Sup. total = C

En el final de la clase estuvimos trabajando con el ejercicio 5, les pido que lo trabajen para el lunes próximo, así como los siguientes.