UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Taller de Introducción a la Investigación de Operaciones - Análisis de Sensibilidad

Víctor Viana

victor.viana@noreste.udelar.edu.uy

19/5/2026

Contenido

Introducción

- En la mayoría de los problemas reales podría ser que los datos no se conozcan exactamente o puede haber cambios imprevistos en la información, por ejemplo en los costos o precios.
- También a veces se quieren analizar los efectos de aumentar los recursos, de cambiar los coeficientes tecnológicos, etc.

Introducción (cont.)

- ¿Cómo podemos ver cuán sensible a los cambios en los datos es la solución óptima que obtuvimos?
- ¿Cómo podemos analizar como cambiaría la solución sin resolver de nuevo el problema?.
- ¿Cómo seguimos optimizando si la solución actual no es óptima para los nuevos datos?

- El objetivo es poder analizar la sensibilidad de la solución de un problema ante cambios de los parámetros de este.
- En particular es analizar la dependencia del valor del óptimo y la solución óptima con respecto a los coeficientes de las restricciones, los términos independientes y los coeficientes de la función objetivo.

Ejemplo - Planificación de la producción

- Una empresa produce los productos 1 y 2 a partir de la disponibilidad de los insumos A y B. Los productos 1 y 2 se venden a precios $4 y $5 la unidad, respectivamente.
- Se cuenta con los siguientes insumos disponibles, requerimientos y capacidades de estos según los productos:

Insumos	Disponible	Requerimientos	
		Producto *1*	Producto *2*
A	12	2	3
B	9	2	2
Capacidad		3	-

Ejemplo - Planificación de la producción (cont.)

El objetivo es determinar la cantidad de productos a producir que maximiza el beneficio sujeto a la disponibilidad de insumos y según los requerimientos de insumos para cada producto y las capacidades de producción.

Variables y restricciones

Por cada producto se debe tomar una decisión de la cantidad a producir:

- x_1 : cantidad de producto 1 a producir
- x_2 : cantidad de producto 2 a producir

Variables y restricciones (cont.)

Insumo A:

- cantidad de insumo usado: $2x_1 + 3x_2$
- cantidad de insumo disponible: 12

$$2x_1 + 3x_2 \leqslant 12$$

Insumo B:

- cantidad de insumo usado: $2x_1 + 2x_2 \leqslant 9$
- cantidad de insumo disponible: 9

$$2x_1 + 2x_2 \leqslant 9$$

Cap. producción producto 1: $x1 \leqslant 3$
No negatividad de las variables de decisión: $x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0$.

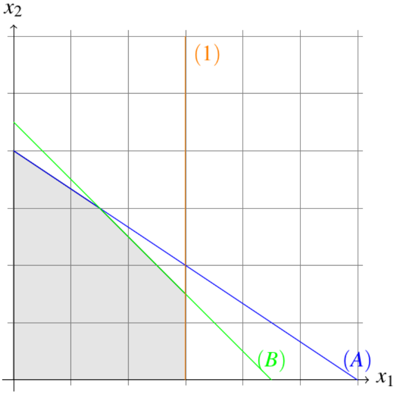
Función objetivo

- El objetivo es establecer un plan de producción que maximice el beneficio.
- El beneficio esta dado por las ventas de los productos en términos de precios por unidad y cantidades de unidades producidas.
- Por lo que la función objetivo a ser maximizada es:

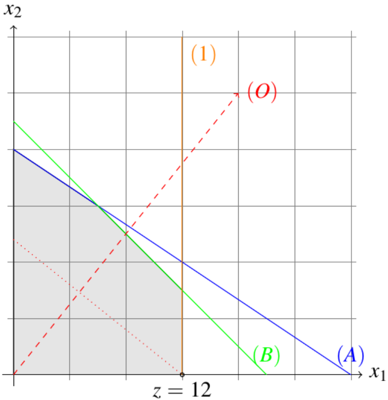
$$z = 4x_1 + 5x_2$$

Formulación y resolución gráfica

$$
\begin{array}{llr}
\max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
& 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
& x_1 \leq 3, & (1) \\
& x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$

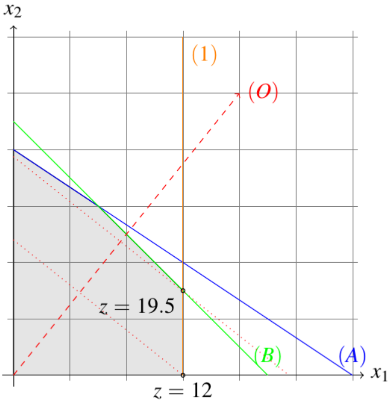


$$
\begin{array}{lll}
\max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
 & x_1 \leq 3, & (1) \\
 & x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$

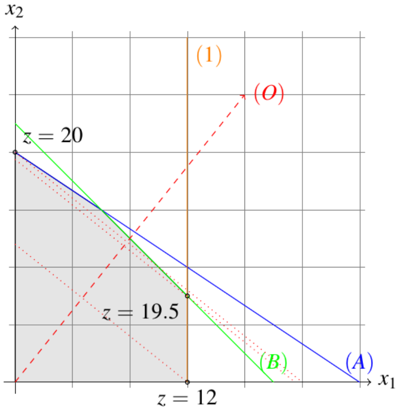


Formulación y resolución gráfica(III)

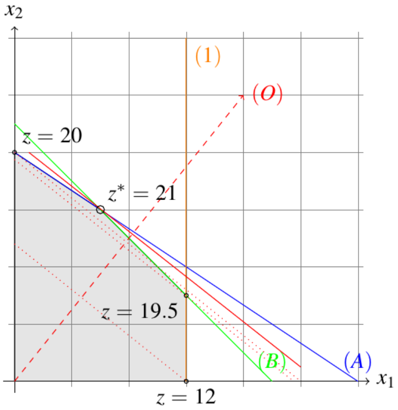
$$\begin{array}{lll} \max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\ \text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\ & x_1 \leq 3, & (1) \\ & x_1, x_2 \geq 0. & \end{array}$$



$$
\begin{array}{lll}
\max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
& 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
& x_1 \leq 3, & (1) \\
& x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$



$$\begin{array}{lll} \max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\ \text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\ & x_1 \leq 3, & (1) \\ & x_1, x_2 \geq 0. & \end{array}$$

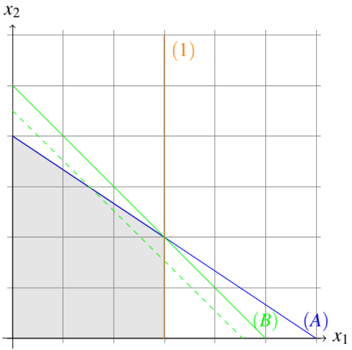


Cambio término independiente

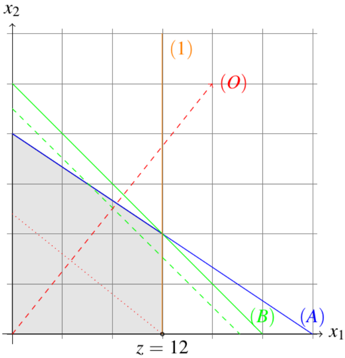
¿Qué ocurre si se dispone de una unidad adicional del insumo B?

$$2x_1 + 2x_2 \leqslant 9 + 1 \text{ (B)}$$

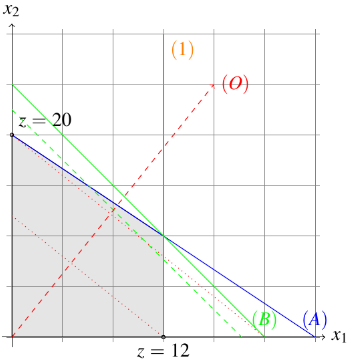
$$
\begin{array}{lll}
\max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
& 2x_1 + 2x_2 \leq \mathbf{10}, & (B) \\
& x_1 \leq 3, & (1) \\
& x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$



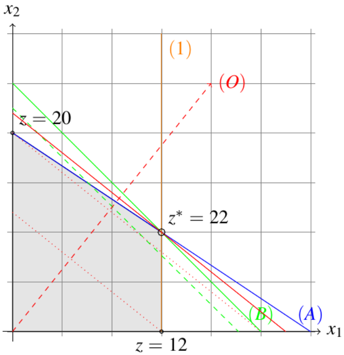
$$\begin{array}{lll} \max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\ \text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq \mathbf{10}, & (B) \\ & x_1 \leq 3, & (1) \\ & x_1, x_2 \geq 0. & \end{array}$$



$$\begin{array}{lll} \max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\ \text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq \mathbf{10}, & (B) \\ & x_1 \leq 3, & (1) \\ & x_1, x_2 \geq 0. & \end{array}$$



$$\begin{array}{lll}
\max & z = 4x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \le 12, & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \le \mathbf{10}, & (B) \\
 & x_1 \le 3, & (1) \\
 & x_1, x_2 \ge 0. &
\end{array}$$

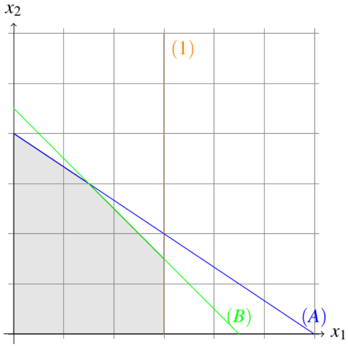


¿Qué ocurre si se disminuye en una unidad el coeficiente del producto 1?

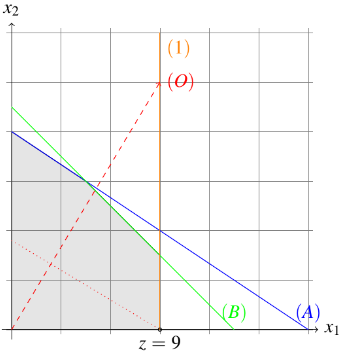
$$z = (4 - 1)x_1 + 5x_2$$

Cambio en coeficiente función objetivo(II)

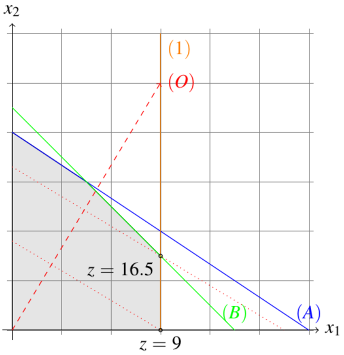
$$
\begin{array}{lll}
\max & z = \mathbf{3}x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
 & x_1 \leq 3, & (1) \\
 & x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$



$$
\begin{array}{llll}
\max & z = \mathbf{3}x_1 + 5x_2 & & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & & (B) \\
 & x_1 \leq 3, & & (1) \\
 & x_1, x_2 \geq 0. & &
\end{array}
$$

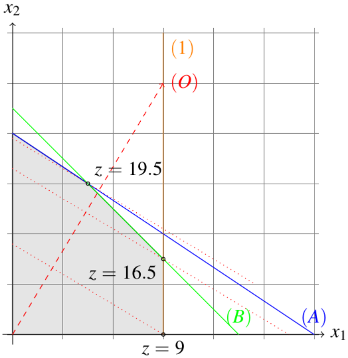


$$
\begin{array}{lll}
\max & z = \mathbf{3}x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
 & x_1 \leq 3, & (1) \\
 & x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$



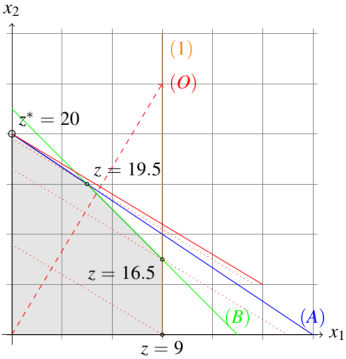
Cambio en coeficiente función objetivo(V)

$$
\begin{array}{lll}
\max & z = \mathbf{3}x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
 & x_1 \leq 3, & (1) \\
 & x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$



Cambio en coeficiente función objetivo(VI)

$$
\begin{array}{llr}
\max & z = \mathbf{3}x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
 & x_1 \leq 3, & (1) \\
 & x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$

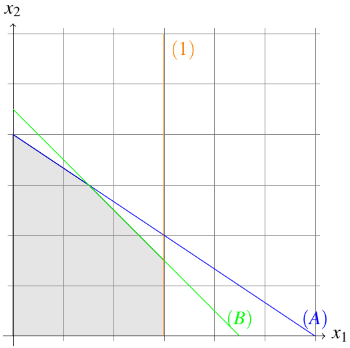


Múltiples soluciones

¿Qué ocurre si se aumenta en una unidad el coeficiente del producto 1?

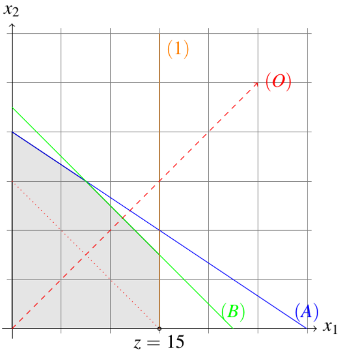
$$z = (4+1)x_1 + 5x_2$$

$$
\begin{array}{lll}
\max & z = \mathbf{5}x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
 & x_1 \leq 3, & (1) \\
 & x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$

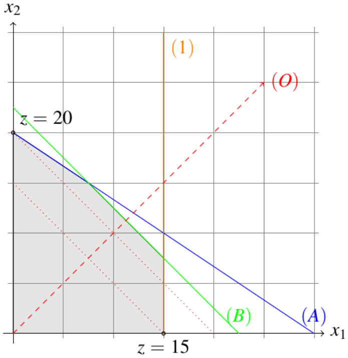


Resolución gráfica con múltiples soluciones(II)

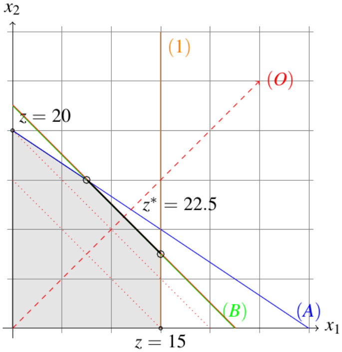
$$
\begin{array}{lll}
\max & z = \mathbf{5}x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
 & x_1 \leq 3, & (1) \\
 & x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$



$$
\begin{array}{lll}
\max & z = \mathbf{5}x_1 + 5x_2 & (O) \\
\text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\
& 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\
& x_1 \leq 3, & (1) \\
& x_1, x_2 \geq 0. &
\end{array}
$$



$$\begin{array}{lll} \max & z = \mathbf{5}x_1 + 5x_2 & (O) \\ \text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 12, & (A) \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq 9, & (B) \\ & x_1 \leq 3, & (1) \\ & x_1, x_2 \geq 0. & \end{array}$$



Comentario Finales

Ante cambios en los datos del problema, agregando de variables o restricciones, después de haber obtenido la solución óptima queremos:

- Saber si la solución actual sigue siendo óptima.
- En caso de que la solución actual siga siendo óptima, queremos saber si los valores de la solución óptima y de la función objetivo cambian. Si es así, ¿como calculamos los nuevos valores?.
- Si la solución actual ya no es óptima después de los cambios introducidos en el problema, ¿la última solución sigue siendo factible?.
- ¿Cómo hacemos para reoptimizar a partir de la última solución?.