bles en dos momentos de tiempo diferentes; para ello se utilizan las fórmulas que relacionan un importe presente con una suma futura.

Según lo expuesto en la presentación del interés compuesto, la fórmula (3) establece la relación entre una cantidad presente C y una partida futura M puesta a disposición "n" períodos más tarde, computando una tasa de interés efectiva por período de valor "i".

...es posible calcular el valor, en términos de hoy, de una suma de dinero disponible en el futuro...

En sentido inverso, también es posible calcular el valor, en términos de hoy, de una suma de dinero disponible en el futuro; dicho de otro modo, se trata de determinar la cantidad C que se tiene que invertir en el presente, para alcanzar un valor M al cabo de "n" períodos a una tasa de interés de "i".

Para dar respuesta a esta pregunta basta con reexpresar la fórmula (3) de la siguiente manera:

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} \qquad (5)$$

Los aspectos operatorios se pueden resolver acudiendo al uso de alguna de las muchas calculadoras financieras de bolsillo o al empleo de cualquiera de las planillas electrónicas que se ofrecen en el mercado.

Una persona ha sido beneficiada con un legado de $ 10.000 que habrá de recibir dentro de tres años. Una institución financiera está dispuesta a recibir el derecho contra el pago de su valor equivalente al contado, computando una tasa del 8% anual.
¿Cuál es el importe que debe abonar el banco?

$$C = \frac{10.000}{(1+0{,}08)^3}$$

$$C = 7.938{,}32$$

3.2 Flujos sucesivos

La determinación del valor presente o futuro de una corriente de pagos o cobros que se hacen a intervalos regulares en el tiempo, se resuelve mediante la aplicación del concepto financiero de rentas. A cada uno de los ingresos o egresos que componen la serie se le denomina cuota.

En sentido estricto, los movimientos financieros asociados a una inversión constituyen corrientes continuas que se van generando a lo largo de su vida económica. Sin embargo, a los efectos del cálculo financiero, dichos flujos se sustituyen por series discontinuas de chorros de ingresos netos, es decir, de cobros menos pagos, que se supone tienen lugar al fin de cada período.

3.2.1 Valor presente

...determinar el valor equivalente en el instante cero de una serie de "n" cuotas periódicas...

El propósito es determinar el valor equivalente en el instante cero de una serie de "n" cuotas periódicas, sabiendo que la tasa efectiva de interés del período es igual a "i".

Para ello se utiliza la técnica financiera de la actualización que en proyectos opera con rentas vencidas, es decir, aceptando el supuesto de que las cuotas se verifican al fin de cada uno de los períodos de la serie.

El procedimiento para calcular el valor presente de esta renta consiste en determinar el valor equivalente de cada cuota en el momento inicial y luego sumar dichos valores. Así, se tiene:

Tiempo	Valor de la cuota	Valor equivalente de la cuota en t = 0
1	C_1	$\dfrac{C_1}{(1+i)^1}$
2	C_2	$\dfrac{C_2}{(1+i)^2}$
.	.	.
.	.	.
k	C_k	$\dfrac{C_k}{(1+i)^k}$
.	.	.
.	.	.
n	C_n	$\dfrac{C_n}{(1+i)^n}$

Por lo tanto, el valor de la renta en el instante cero es:

$$\text{Valor Presente} = \sum_{j=1}^{n} \frac{C_j}{(1+i)^j} \qquad (6)$$

En el caso particular de que todas las cuotas sean iguales, o sea del mismo importe C, la fórmula anterior se transforma así:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{C_j}{(1+i)^j} = C \times \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^j}$$

Esta última expresión es el producto de la cuota C por la suma de una progresión geométrica de razón $\frac{1}{(1+i)}$. Haciendo operaciones se llega a que el valor presente de la renta es:

$$\text{Valor Presente} = C \times \frac{\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]}{i} \qquad (7)$$

A la expresión $\frac{\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]}{i}$ se le identifica como "$a_{\overline{n}|i}$" y representa el valor actual de una renta temporaria de "n" pagos constantes y vencidos de $1 cada uno.

Es posible suponer que la renta es perpetua, o sea, que no tiene una duración temporal limitada. En este caso hay que conducir los cálculos haciendo tender el valor de "n" hasta infinito.

Con este supuesto el valor de $\frac{1}{(1+i)^n}$ tiende a cero, por lo que la expresión (7) queda:

$$\text{Valor Presente} = \frac{C}{i} \qquad (8)$$

a) Un joven habrá de recibir de sus padres tres partidas anuales de \$ 2.000, \$ 4.000 y \$ 8.000 respectivamente, previendo que la primera de ellas le será entregada dentro de un año.

¿ Cuál es el valor al momento actual de esa serie de pagos, si se acepta una tasa de actualización del 7% ?

$$VP = \frac{2.000}{(1+0,07)} + \frac{4.000}{(1+0,07)^2} + \frac{8.000}{(1+0,07)^3}$$

$$VP = 1.869,16 + 3.493,75 + 6.530,38 = 11.893,29$$

b) Determinar el valor al contado de un electrodoméstico que se paga en 10 cuotas mensuales de $ 5.000, sabiendo que la tasa efectiva mensual de interés es del 3% y el primer pago se efectúa al fin del primer mes.

$$VP = 5.000 \times a_{\overline{10}|0,03}$$

$$VP = 5.000 \times \frac{\left[1 - \frac{1}{(1+0,03)^{10}}\right]}{0,03}$$

$$VP = 42.651,35$$

3.2.2 Valor futuro

Se trata de calcular el valor de la renta en el instante final, es decir, en el momento en que se paga la última cuota. Para ello se emplea el procedimiento financiero de capitalización.

Es necesario capitalizar cada cuota hasta el instante final antes de efectuar su suma.

La operatoria consiste en determinar el valor equivalente de cada cuota en el momento "n" y posteriormente sumar dichos valores. Es necesario realizar la operación inversa a la detallada al describir el valor presente, o sea, capitalizar cada cuota hasta el instante final antes de efectuar su suma.

El valor futuro de la renta es:

$$C_1(1+i)^{n-1} + C_2(1+i)^{n-2} + \ldots + C_k(1+i)^{n-k} + \ldots + C_n$$

En forma abreviada:

$$\text{Valor Futuro} = \sum_{j=1}^{n} C_j (1+i)^{n-j} \qquad (9)$$

Al igual que para el valor presente, se puede considerar el caso particular de que todas las cuotas sean idénticas. Bajo esa hipótesis, como la fórmula (7) permite determinar el valor de la renta en el momento cero, basta multiplicar dicha expresión por $(1+i)^n$ para obtener el valor en el instante "n". Así se tiene:

$$\text{Valor Futuro} = C \times \frac{\left[(1+i)^n - 1\right]}{i} \qquad (10)$$

Se depositan $ 10.000 al final de cada mes durante un semestre a una tasa del 4% mensual. ¿Cuál es el saldo en el banco al final del período?

$$VF = 10.000 \times \frac{\left[(1+0,04)^6 - 1\right]}{0,04}$$

$$VF = 66.329,75$$

4 • AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS

4.1 Concepto

La amortización de una deuda es el proceso por el cual se cancela la obligación, ya sea efectuando un único pago o mediante una sucesión de pagos realizados en un plazo determinado.

Las cuotas que componen la serie de pagos pueden ser iguales entre sí, es decir constantes, o variables. Cada cuota que se abona se integra con dos componentes; una parte cubre el pago de los intereses sobre el saldo adeudado y la otra corresponde a la amortización del capital adeudado.

Se llama servicio de la deuda a la sucesión de cuotas que se abonan para la cancelación de un préstamo.

Denominando A_k a la amortización que se realiza con el pago de la cuota k-ésima e $I_{(k-1,k)}$ a los intereses incluidos en la misma, se tiene que:

$$C_k = A_k + I_{(k-1,k)}$$

Se llama servicio de la deuda a la sucesión de cuotas que se abonan para la cancelación de un préstamo.

4.2 Métodos de cálculo

Se han desarrollado dos procedimientos para determinar el servicio de una deuda, que se identifican según esté compuesto por cuotas variables o iguales entre sí.

4.2.1 Amortización constante

Se debe tomar en cuenta que en todos los casos la cuota se desglosa en un componente aplicado a la reducción del capital adeudado y otro correspondiente al pago de los intereses sobre saldos.

Cuando el propósito es incluir en todas las cuotas sumas iguales de amortización de la deuda, en la medida que los intereses disminuyen en cada pago, se obtiene en consecuencia una sucesión de cuotas decrecientes.

...en la medida que los intereses disminuyen se obtiene una sucesión de cuotas decrecientes.

El cálculo del servicio de la deuda con la aplicación de este método puede ilustrarse a través del siguiente ejemplo. Se recibe un préstamo de $ 1.000 con una tasa anual de interés efectivo del 10% a cancelar en cuatro cuotas anuales, con primer vencimiento al año de recibido el préstamo.

La parte amortizante a incluir en cada cuota será siempre igual y surge de:

$$A_k = \frac{\text{Préstamo}}{\text{N" de cuotas}} = \frac{1.000}{4} = 250$$

Además de amortizar el principal se debe pagar el interés generado por el transcurso del tiempo. La partida a incluir en la primer cuota corresponde al interés devengado durante el primer año, de acuerdo con el siguiente cálculo:

$$\text{Interés}_{(0,1)} = 1.000 \times 0,1 = 100$$

Por consiguiente, la cuota a pagar en el primer año será:

$$C_1 = A_1 + I_{(0,1)} = 250 + 100 = 350$$

Una vez abonada la primer cuota, el capital adeudado al momento 1 será igual a la deuda inicial menos la amortización efectuada:

$$\text{Deuda}_1 = 1.000 - 250 = 750$$

El interés generado durante el segundo período se calcula sobre el capital adeudado al inicio del mismo, o sea:

$$\text{Interés}_{(1,2)} = 750 \times 0{,}1 = 75$$

En consecuencia, la cuota a pagar al cabo del segundo año será:

$$C_2 = A_2 + I_{(1,2)} = 250 + 75 = 325$$

De manera similar es posible calcular los intereses generados durante el tercer y cuarto año y determinar las cuotas a pagar a sus respectivos vencimientos.

Como resultado de todo el proceso se obtiene el siguiente Cuadro demostrativo del servicio de la deuda:

CONCEPTO	AÑOS				
	0	1	2	3	4
Préstamo recibido	1.000				
Saldo adeudado	1.000	750	500	250	0
Servicio de la deuda:					
a) Intereses		100	75	50	25
b) Amortización		250	250	250	250
Cuota Anual		350	325	300	275

Tal como surge de la lectura del Cuadro, la aplicación de este método de parte amortizante constante tiene como consecuencia la existencia de cuotas decrecientes, en razón de que los intereses incluidos en cada pago van disminuyendo.

4.2.2 Cuota constante

Con este procedimiento se trata de determinar una serie de pagos anuales en la que todos los componentes son iguales entre sí.

...cada cuota incluye una porción de intereses y otra de disminución del capital adeudado.

Al igual que en el caso anterior, cada cuota incluye una porción de intereses y otra de disminución del capital adeudado. Dado que los pagos anuales son constantes, al ser decrecientes los intereses que cada año se devengan sobre el capital adeudado, se obtiene una secuencia creciente en los importes anuales de amortización de la obligación.