



UNIVERSIDAD  
DE LA REPÚBLICA  
URUGUAY

# Taller de Introducción a la Investigación de Operaciones - Gestión y Administración de Proyectos (CPM/PERT)

Víctor Viana

[victor.viana@noreste.udelar.edu.uy](mailto:victor.viana@noreste.udelar.edu.uy)

9/6/2026

Definición de la Gestión y Administración de Proyectos

Representación gráfica de un Proyecto

Planificación Temporal del Proyectos - Metodo de la Ruta Crítica (CPM)

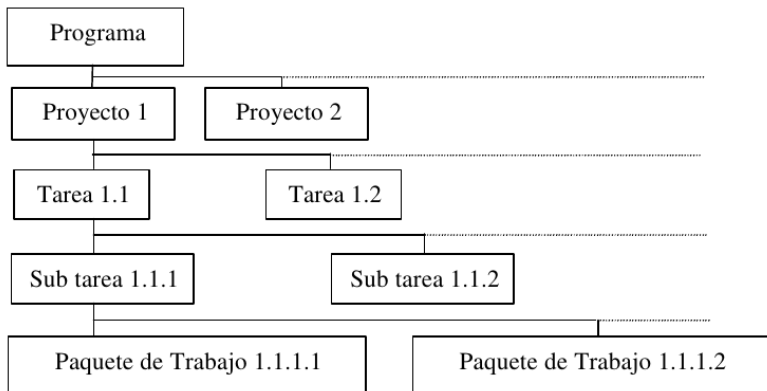
El Gráfico Gantt

El PERT

Ejemplos de PERT

- ▶ Grandes proyectos han existido desde el inicio de las civilizaciones en nuestro planeta.
- ▶ En general, los proyectos suelen ser grandes y caros. Completar estos proyectos en un periodo determinado y cumpliendo las expectativas presupuestarias no es tarea fácil.
- ▶ Una buena gestión y administración del proyecto es crucial.
- ▶ Normalmente los proyectos están divididos en muchas tareas, dependientes entre ellas.
- ▶ En muchos casos no podemos empezar una tarea sin haber finalizado otra.
- ▶ Es posible que en grandes proyectos existan muchísimas actividades interdependientes, por lo que los administradores tienen que encontrar métodos y mecanismos para poder gestionar eficientemente ellas.

- ▶ Un **proyecto** puede ser definido como una serie de tareas relacionadas entre ellas con un claro objetivo y que además requiere una larga duración temporal.
- ▶ La **Gestión y Administración de Proyectos** consiste en la planificación, dirección y control de recursos (personal, equipos, materiales) necesarios para satisfacer las necesidades técnicas, económicas y temporales de los mismos.
- ▶ Una **tarea** (o actividad) es una subdivisión determinada del proyecto. En general tiene una duración de algunos meses y es realizada por un grupo o unidad de trabajo.
- ▶ Una **sub-tarea** no es más que una división de una tarea, ya que a veces es necesario dividir las tareas en porciones más significativas.

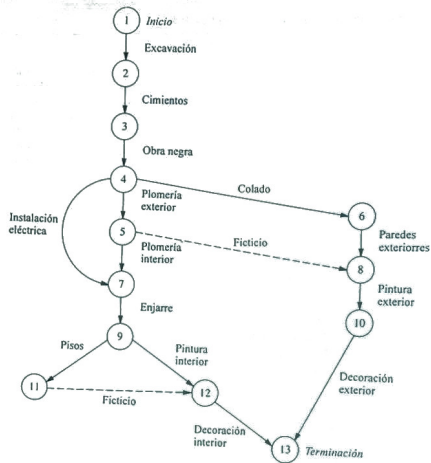


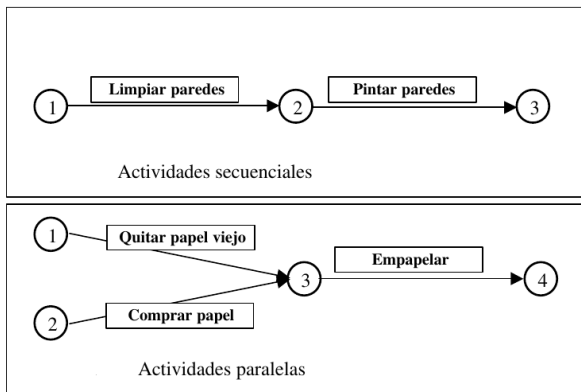
- ▶ Atributos de identificación:
  - ▶ Código: conjunto de caracteres alfanuméricos que permite identificar la actividad.
  - ▶ Designación: descripción breve de la actividad
  - ▶ Ejecutor: sirve para identificar la entidad o la persona responsable de la tarea.
- ▶ Atributos temporales:
  - ▶ Duración de la tarea: número de periodos previstos para llevar a cabo según una asignación previa de recursos.
  - ▶ Fechas previstas: las más destacables son las de inicio y finalización previstos para la tarea.
  - ▶ Fechas reales: El control sobre el proyecto permitirá fijar las fechas reales de inicio y finalización de las tareas una vez realizadas.
- ▶ Atributos de necesidades de recursos:
  - ▶ Tipo de recurso: atributo cualitativo que determina qué elementos son necesarios en cada actividad
  - ▶ Cantidad de recurso: atributo cuantitativo que establece cuantas unidades se necesitan de cada recurso

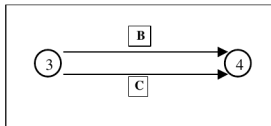
- ▶ ¿Cuál es la fecha de finalización de proyecto?
- ▶ ¿Cuál es la variabilidad esperada de esta fecha?
- ▶ ¿Cuáles son las fechas programadas del principio y terminación de cada actividad específica?
- ▶ ¿Cuáles actividades son críticas en el sentido de que deben terminar con exactitud como fueron programadas para llegar a la meta de la finalización del proyecto?
- ▶ ¿Cuánto se pueden demorar las actividades no críticas antes de provocar un retraso en la fecha de conclusión del proyecto?
- ▶ ¿Qué controles se deben ejercer en el flujo de recursos financieros para las diversas actividades durante el proyecto?

La representación gráfica de un proyecto es importante, ya que permite analizarlo de forma eficiente, identificando las actividades críticas y, por otro lado, simplifica las tareas de control y de actualización de la evolución del proyecto.

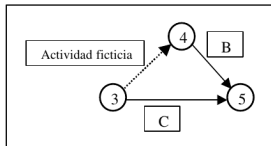
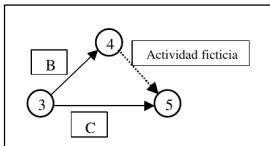
# Representación gráfica de un Proyecto

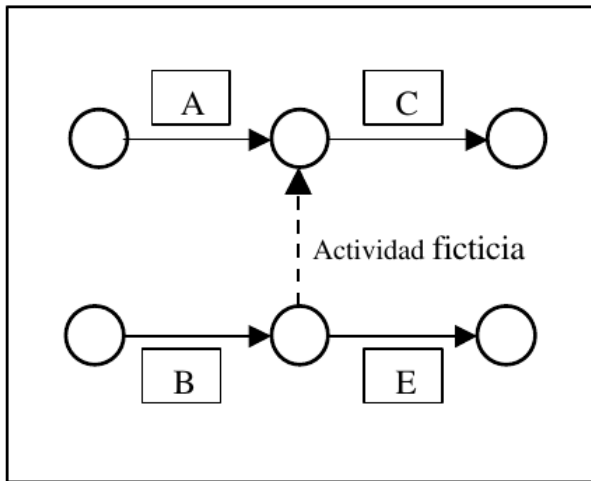






Al añadir una actividad ficticia, podemos obtener dos situaciones correctas diferentes:

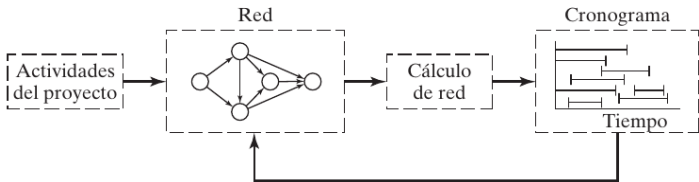




**Figura:** Supongamos las siguientes relaciones de precedencia: A C, B C, B E

- ▶ El método CPM consiste en una metodología simple para poder gestionar cada una de las actividades que componen el proyecto.
- ▶ Para cada actividad, el CPM determina unos tiempos de inicio y de finalización y también la posible existencia de holguras temporales que determinen en nivel crítico de su importancia para la consecución del proyecto en el menor tiempo posible.

- ▶ Determinar la duración mínima del proyecto
- ▶ Determinar las fechas de inicio de cada una de las actividades que lo componen
- ▶ Identificar las actividades que son críticas.
- ▶ Determinar que atrasos posibles pueden sufrir las actividades sin afectar la duración mínima del proyecto.



- ▶  $i, j$  = sucesos ( $i=1$  inicio del proyecto,  $j=n$  final del proyecto)
- ▶  $(i,j)$  = actividad
- ▶  $t_{ij}$  = duración de la actividad  $(i,j)$
- ▶  $E_i$  = Momento más avanzado posible para realizar el suceso  $i$  (nodo  $i$ ), suponiendo que no se han realizado retrasos en las actividades anteriores.
- ▶  $L_i$  = Momento más atrasado posible para realizar el suceso  $i$  (nodo  $i$ ), sin que la duración mínima se vea afectada.

1. Para cada nodo  $j$  calcular  $E_j$  :
  - 1.1  $E_1 = 0$ ;
  - 1.2 Para  $j = 2, \dots, n$ ,  $E_j = \max(i,j) E_i + t_{ij}$
  - 1.3  $E_n =$  duración mínima del proyecto.
2. Para cada nodo  $j$  calcular  $L_j$  :
  - 2.1  $L_n = E_n$  ;
  - 2.2 Para  $i = n-1, \dots, 2$ ,  $L_i = \min(i,j) L_j - t_{ij}$
  - 2.3 Notar que  $L_i = 0$  y que  $t_{ij} = L_j - E_i$
3. Calcular el margen  $F_i$  para cada suceso  $i$ , es decir el retraso que cada suceso puede sufrir sin modificar la duración mínima del proyecto.
  - 3.1  $F_i = L_i - E_i$
  - 3.2 Notar que los elementos críticos tienen un margen nulo.

<b>Actividad</b>	<b>Actividad Precedente</b>	<b>Duración de la actividad</b>
A	-	1
B	A	1
C	A	2
D	C	7
E	C	4
F	B	4
G	E,F	3
H	D	2
I	D	1
J	G	1
K	H,I,J	5
L	K	3

<b>Suceso</b>	$E_j$	$L_i$	$F_i$
<b>1</b>	0	0	0
<b>2</b>	1	1	0
<b>3</b>	2	4	2
<b>4</b>	3	3	0
<b>5</b>	7	8	1
<b>6</b>	10	10	0
<b>7</b>	10	11	1
<b>8</b>	11	12	1
<b>9</b>	12	12	0
<b>10</b>	17	17	0
<b>11</b>	20	20	0

<b>Suceso</b>	$E_j$	$L_i$	$F_i$
<b>1</b>	0	5	5
<b>2</b>	1	6	5
<b>3</b>	2	9	7
<b>4</b>	3	8	5
<b>5</b>	7	13	6
<b>6</b>	10	15	5
<b>7</b>	10	16	6
<b>8</b>	11	17	6
<b>9</b>	12	17	5
<b>10</b>	17	22	5
<b>11</b>	20	25	5

**Figura:** Supongamos que en el ejemplo anterior se fija a priori el tiempo de ejecución del proyecto en 25 semanas.

1. Para cada actividad (i,j) calcular las fechas siguientes:
  - 1.1 Fecha de inicio más avanzada (FIA) =  $E_i$
  - 1.2 Fecha de inicio más retardada (FIR) =  $L_j - t_{ij}$
  - 1.3 Fecha de finalización más avanzada (FFA) =  $E_i + t_{ij}$
  - 1.4 Fecha de finalización más retardada (FFR) =  $L_j$
  - 1.5 Margen total de la actividad (i,j) =  $L_j - E_i - t_{ij}$

### NOTA:

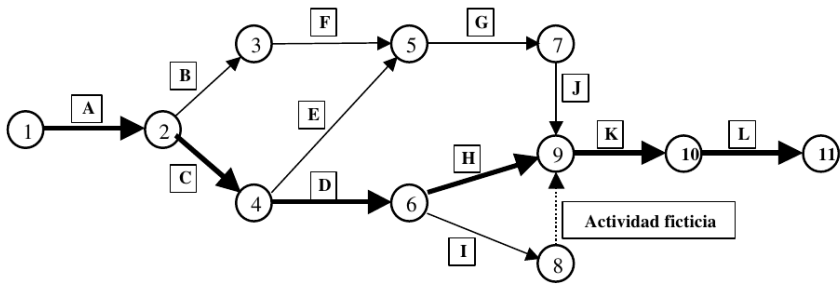
- ▶ Las actividades críticas son aquellas que tienen un margen total igual a 0.
- ▶ El camino crítico es el camino más largo entre el origen (1) y el nodo final (n); por lo tanto, es el camino con el margen mínimo total (el camino compuesto por las actividades críticas).
- ▶ En una red puede existir más de un camino crítico

## Segunda fase: (ejemplo)

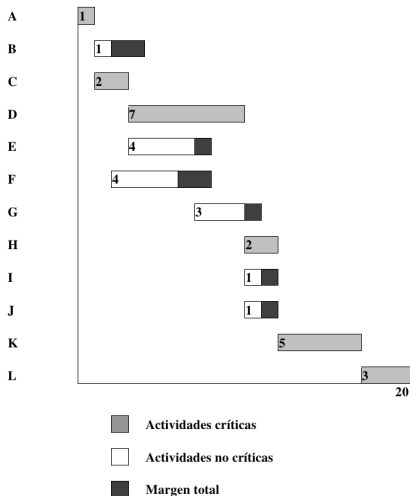


Arco	Actividad	Duración	FIA	FIR	FFA	FFR	Margen
(1,2)	A	1	0	0	1	1	0
(2,3)	B	1	1	3	2	4	2
(2,4)	C	2	1	1	3	3	0
(4,6)	D	7	3	3	10	10	0
(4,5)	E	4	3	4	7	8	1
(3,5)	F	4	2	4	6	8	2
(5,7)	G	3	7	7	10	11	1
(6,9)	H	2	10	10	12	12	0
(6,8)	I	1	10	11	11	12	1
(8,9)	Ficticia	0	11	12	11	12	1
(7,9)	J	1	10	11	11	12	1
(9,10)	K	5	12	12	17	17	0
(10,11)	L	3	17	17	20	20	0

**Figura:** El tiempo de ejecución mínimo del proyecto es de 20 semanas. No se podrá nunca realizar en menos tiempo.



**Figura:** El camino crítico está formado por las actividades con margen nulo, este caso, el camino es: A C D H K L



**Figura:** El diagrama o gráfico Gantt es una manera sencilla y sintética de representación de las actividades de un proyecto.

- ▶ El PERT es un método similar al CPM.
- ▶ **Program Evaluation and Review Techniques** (Técnica de Revisión y Evaluación de Programas (o Proyectos))
- ▶ La gran diferencia es en que los tiempos de las actividades no son determinísticos, sino que tienen un componente aleatorio.
- ▶ La versión original del PERT se basa en el conocimiento, para cada actividad, de tres estimaciones de su duración:
  - ▶ La **estimación más probable** ( $m$ ) que es la estimación más realista de la moda de la distribución de la probabilidad para el tiempo de la actividad.
  - ▶ La **estimación optimista** ( $a$ ) procura ser el tiempo poco probable pero posible si todo sale bien, o sea, una estimación de la cota inferior de la distribución de probabilidad
  - ▶ La **estimación pesimista** ( $b$ ) se basa en una estimación poco probable de que todo vaya mal. Es decir, una estimación de la cota superior de la distribución de probabilidad.

Tiempo estimado de la actividad A:

$$t_A = \frac{t_a + 4t_m + t_b}{6}$$

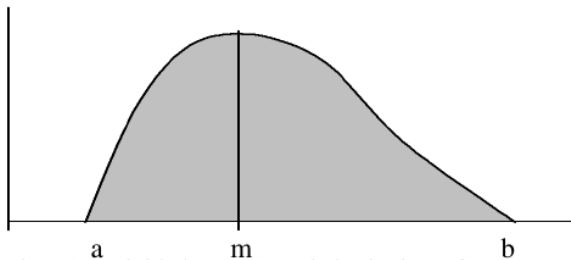
- ▶ En PERT, se asume que el tiempo de duración de cada actividad es una variable aleatoria continua que sigue una distribución de probabilidad beta.
- ▶ Para poder operar y calcular el tiempo total mínimo del proyecto, necesitamos conocer el valor esperado y la varianza de cada una de las actividades.
- ▶ Se supone en general que la dispersión entre a (el valor más optimista) y b (el más pesimista) es de 6 desviaciones estándar, es decir  $6\sigma = b - a$ .

Por lo tanto, la varianza del tiempo de cada actividad es:

$$\sigma^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2$$

Y el tiempo esperado de cada actividad se puede obtener también de la siguiente forma:

$$t = \frac{2m+1/2(a+b)}{3}$$



- ▶ Para saber cual es la probabilidad de que un proyecto se realice en la fecha  $D$ , tenemos que buscar la media  $M$  del tiempo mínimo del proyecto y su desviación estándar  $\sigma$ .
- ▶ Si  $Z$  es una variable aleatoria Normal(0,1), tenemos que calcular la fórmula siguiente:

$$Z = (D - M)/\sigma$$

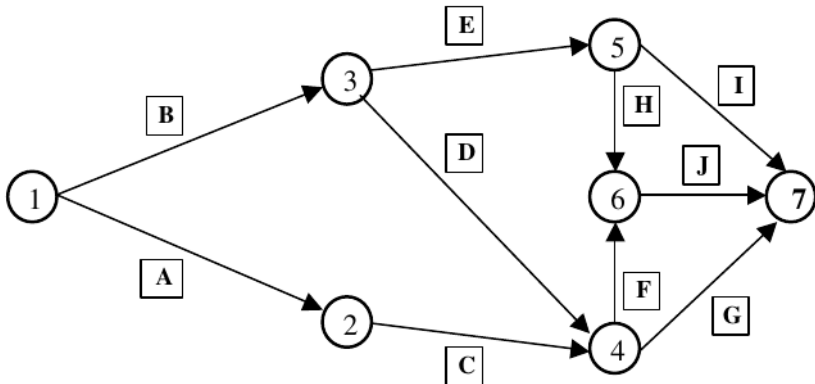
Y consultar el valor de la probabilidad correspondiente en una tabla de distribución normal.

<b>Actividad</b>	<b>Más optimista a</b>	<b>Más probable m</b>	<b>Más pesimista b</b>	<b>Actividades precedentes</b>
<b>A</b>	1	2	3	-
<b>B</b>	2	2	8	-
<b>C</b>	1	2	3	A
<b>D</b>	1	1,5	11	B
<b>E</b>	0,5	1	7,5	B
<b>F</b>	1	2,5	7	C,D
<b>G</b>	1	2	3	C,D
<b>H</b>	6	7	8	C,D,E
<b>I</b>	3	4	11	C,D,E
<b>J</b>	4	6	8	F,H

**Figura:** Ejemplo de tareas, duraciones y precedencias

Actividad	Valor esperado	Varianza
A	2	0,11
B	3	1,00
C	2	0,11
D	3	2,78
E	2	1,36
F	3	1,00
G	2	0,11
H	7	0,11
I	5	1,78
J	6	0,44

**Figura:** Primer paso: encontrar el tiempo medio esperado y la varianza de cada actividad



**Figura:** Segundo paso: Encontrar el camino crítico. La red del proyecto es la siguiente.

Actividad	Duración	FIA	FIR	FFA	FFR	Margen
A	2	0	2	2	4	2
B	3	0	3	0	3	0
C	2	2	4	4	6	2
D	3	3	6	3	6	0
E	2	3	5	4	6	1
F	3	6	9	10	13	4
G	2	6	8	17	19	11
H	7	6	13	6	13	0
I	5	6	11	14	19	8
J	6	13	19	13	19	0

**Figura:** El CPM se presenta en la tabla siguiente.

El camino crítico del proyecto es B D H J y el tiempo medio esperado es de 19 semanas y su varianza es igual a 4,33.

Supongamos que queremos calcular la probabilidad de que el proyecto finalice en 20 días. Tendremos que:

$$Z = (D - M)/\sigma = (20 - 19)/4,33 = 0,48$$

Por lo tanto, y después de consultar una tabla Normal (0,1) hay una probabilidad de 68,44 % de que el proyecto finalice en un periodo de 20 días.