

Ejercicios a entregar, 23 de setiembre de 2019

- (1) (a) Probar que el conjunto ternario de Cantor es cerrado en \mathbb{R}
(b) Probar que todo subconjunto del conjunto ternario de Cantor es Lebesgue medible.
(c) Probar que $\text{card } \mathcal{L} = 2^{2^w}$
(d) Supongamos cierto que la cardinalidad de los conjuntos de Borel es 2^w .
Probar que existen conjuntos medibles Lebesgue que no son de Borel.
- (2) Sea la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

La medida μ_f definida por f se llama δ de Dirac. Demuéstrese que δ esta definida sobre la σ -álgebra formada por las partes de \mathbb{R} .

- (3) Sean (f_n) una sucesión de funciones medibles de X en \mathbb{R}^*
(a) Probar que $\inf f_n, \liminf f_n, \limsup f_n$ son medibles
(b) Probar que si existe $\lim f_n = f$ es medible.
- (4) Sea f compleja y medible. Ver que el teorema de Lusin sigue siendo válido para el caso de una función compleja
- (5) Probar que si f_n es fundamental en medida entonces existe una función medible f tal que f_n converge a f en medida.