Practico 6 de agosto

Friday, September 6, 2019 8:34 PM

Pr 2, E 1.

$\mathcal{M}$ monotona, $F \subset X$.

$\mathcal{U}(F) = \{E \subset X \mid E-F, F-E, E \cup F \in \mathcal{M}\}$

Si $\mathcal{U}(F) \neq \emptyset$, entonces es una clase monotona.

Recordamos que para ser clase monotona $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathcal{M}$ sucesión creciente de subconjuntos de X entonce $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{M}$

Analogo para suc. decreciente.

$A_n \in \mathcal{U}(F) \ \forall n \Rightarrow$

$$\boxed{A_n - F,\ F - A_n,\ A_n \cup F \in \mathcal{M}}$$

Queremos ver que $U = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$ entonces $U - F$, $F - U$, $U \cup F \in \mathcal{M}$ luego por def. de $\mathcal{U}(F)$ tenemos $U \in \mathcal{U}(F)$.

Consideramos $B_n = A_n \cup F$, B_n es una suc creciente.

Por ser M clase monotona $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} B_n \in M$.

Mas aun $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} B_n = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n \cup F$

$B_1 \cup B_2 \cup \_\_\_\_ =$
$(A_1 \cup F) \cup (A_2 \cup F) \cup \_\_\_\_ =$
$(A_1 \cup A_2 \cup \_\_\_\_) \cup F$

Sea $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ suc. cre.
entonces, $F - A_n = C_n$,
C_n es decreciente.
(Con $C_n \in M$)
Luego por ser M clase monotona $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} C_n \in M$.

$\bigcap_{n\in\mathbb{N}} C_n = \bigcap_{n\in\mathbb{N}} F - A_n =$

$\bigcap_{n\in\mathbb{N}}$

$$\bigcap_{n\in\mathbb{N}}(F\cap A_n^c) = F\cap\Big(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\Big)^c$$

$$= F - \bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n$$

$\bigcup A_n - F \in \mathcal{M}$, $E_n = A_n - F$

E_n es crec. $E_n \in \mathcal{M}$

ya que $A_n \in \mathcal{U}(F)$, luego

por ser $\mathcal{M}$ monotona

$$\bigcup_{n\in\mathbb{N}} E_n \in \mathcal{M},\quad \bigcup_{n\in\mathbb{N}} E_n = \Big(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\Big) - F$$

Analogo para A_n decreciente y la intersección.

$D_n \in \mathcal{U}(F)$, suc. dec.

queremos ver que $\bigcap D_n \in \mathcal{U}$

queremos ver que $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} D_n \in \mathcal{U}(F)$

$$\boxed{\begin{array}{l} E\in\mathcal{U}(F) \text{ sii (def)} \\ E-F,\ F-E \text{ y } F\cup E \in M. \end{array}}$$

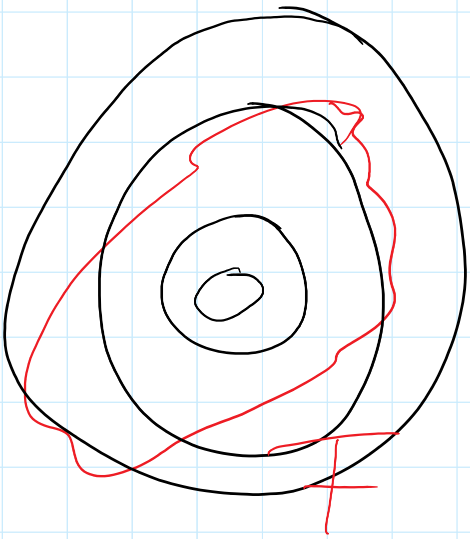
$B_n = D_n \cup F$, $B_n \in M$.

B_n suc. dec. por ser M mono. Tenemos $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} B_n \in M$

$\bigcap_{n\in\mathbb{N}} B_n = \bigcap_{n\in\mathbb{N}} (D_n \cup F) = (\bigcap_{n\in\mathbb{N}} D_n) \cup F$

$F - D_n$ crec.

$D_n - F$ dec.



Sea A anillo

queremos μ medida aditiva en A que no sea medida.

Queremos que no cumpla;

- Si tengo $A_n \subset X$ entonces

$$\mu\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\right) \leq \sum_{n\in\mathbb{N}} \mu(A_n)$$

- $\mu(\emptyset) = 0$

Si $\{A_n\}_{n=1}^{m}$ disjuntos dos a dos

$$\mu\left(\bigcup_{n=1}^{m} A_n\right) = \sum_{n=1}^{m} \mu(A_n)$$

$\mathbb{Q}$

$$\mu([a,b]) = b-a$$

$\subset \mathbb{Q}$

$q_n : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Q}$ suc. que

$q_n : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Q}$ suc. que numera a $\mathbb{Q}$

$$A_n = \{q_n\}$$

$$\mu(A_n) = 0$$

$$\mu\left(\bigcup_{n=1}^{m} A_n\right) = 0 = \sum_{n=1}^{m} \mu(A_n)$$

$$\mu\left(\bigcup_{n=1}^{m} A_n\right) = \mu(\mathbb{Q}) = +\infty$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \mu(A_n)$$

$X = \mathbb{R}$,

$$\mu(A) = \begin{cases} 0, & \text{si } \# A < \infty \\ +\infty, & \text{si no.} \end{cases}$$

Se verifica que μ es med.

aditiva

$A_n = \{n\}$

$\mu\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\right) = +\infty$

$\sum_{n\in\mathbb{N}} \mu(A_n) = 0$

μ es med. aditiva pero no es medida.

X conjunto inf. cualquiera

Anillo $\mathcal{P}(X)$.

Para ver que μ es med. aditiva estudiar por casos.