$x \in \bigcap_{n \in I} A_n$, $I \in \mathbb{N} - S$, $S \subset \mathbb{N}$ finito

$\Rightarrow x \in \bigcap_{n > max(S)} A_n$ (elementos que pertenecen a todos los A_n despues de un cierto A_k)

$\boxed{\bigcup_{k \in \mathbb{N}} \bigcap_{n \geq k} A_n} \supset \liminf_n A_n$

Por def. $\liminf_n A_n = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \bigcap_{n > k} A_n$

$\bigcap_{n \geq k} A_n$, $\{1, \_\_\_\_, k\} = S$

(Parte 6) Ej 8 Pr 1

S es un σ-anillo sobre X

1) $S \neq \emptyset$
2) Si $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in S$ entonces $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in S$
3) Si $E, F \in S$ entonces $E - F \in S$

Prop 19. Si $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \in S \Rightarrow \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n \in S$

$\left.\begin{array}{l} S \ \sigma\text{-anillo sobre } X \\ \{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subset S \end{array}\right\} \Rightarrow \liminf_n A_n \in S$

Como $\bigcap_{p=k}^{\infty} A_p \in S$, ya que $A_n \in S$

luego $\bigcup_{k=1}^{\infty} \left(\bigcap_{p=k}^{\infty} A_p \right) \in S$

Ej 7, Pr 1.

a) $\chi_{E \cap F} = \chi_E \chi_F$

$\chi_{E \cap F}, \chi_E, \chi_F : X \longrightarrow \{0, 1\}$

$x \in E \cap F \Rightarrow \chi_{E \cap F}(x) = 1$

y tenemos $\chi_E(x) = 1$, $\chi_F(x) = 1$

$\chi_E(x)\chi_F(x) = 1$

$x \notin E \cap F \Rightarrow \chi_{E \cap F}(x) = 0$

y almenos $\chi_E(x) = 0$

$\chi_E(x)\chi_F(x) = 0$

$=$

Ej 5

$R = \{\phi\}$, sobre $\mathbb{R}$.

$\phi^c \notin R$, entonces no es alg.

Si es anillo porque $R \neq \phi$

$A, B \in R \Rightarrow A = B = \phi \Rightarrow \phi \in R$

$A, B \in R \Rightarrow A = B = \phi \Rightarrow \phi - \phi \in R$

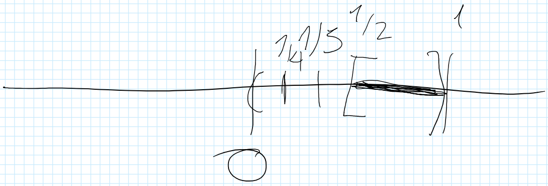
Ej 4.

S las uniones finitas de intervalos

$[a, b)$

$$\bigcup_{k\in\mathbb{N}} [k, k+1) = [1, +\infty)$$

$$\bigcup_{n\in\mathbb{N}} \left[\tfrac{1}{n}, 1\right) = (0,1)$$



Anillo ✓

σ-anillo ✗

Alg. ✗

Ej 1

$$\boxed{\mathcal{M}\cap R} = \{A\cap\mathcal{M} : A\in R\}$$

anillo sobre Y

$E, F \in \mathcal{M}\cap R \Rightarrow \exists\, E', F' \in R$

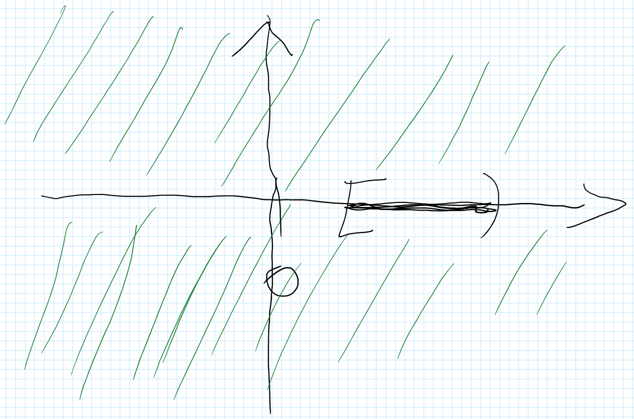
tal que $E = E'\cap\mathcal{M}$

$F = F'\cap\mathcal{M}$

$$E' - F' \in R \Rightarrow \underbrace{\mathcal{M}\cap(E'-F')}_{= E-F} \in \mathcal{M}\cap R$$

$E - E$

Es anillo sobre $\mathcal{U}$, es anillo sobre X.



S anillo sobre $\mathbb{R}$

$\mathbb{R}$ y también sobre $\mathbb{R}^2$

Parte C

A alg sobre X

$\mathcal{U} \cap A$ quiero ver que es alg sobre $\mathcal{U}$

1) A es alg $\Rightarrow X \in A$

$\Rightarrow X \cap \mathcal{U} \in \mathcal{U} \cap A \Rightarrow \mathcal{U} \in \mathcal{U} \cap A$

2) $E, F \in A \Rightarrow \boxed{E \cup F \in A}$

$E' = \mathcal{U} \cap E, \; F' = \mathcal{U} \cap F,$

$\boxed{\mathcal{U} \cap (E \cup F)} \in \mathcal{U} \cap A.$

3) $E \in \mathcal{U} \cap A, \; E' \in A$

3) $E \in \mathcal{U} \cap A$, $E' \in A$ /

$E = \mathcal{U} \cap E'$ $\quad$ $\underline{E'^c \in A}$

$\underline{E'^c \cap \mathcal{U}} \in \underline{\mathcal{U} \cap A}$

$E^c \in \mathcal{U} \cap A$

$\mathcal{U} \cap A \not\ni X$ no es álg. sobre X.

$\mathcal{M}$ clase no vacía de conj. de X

$R(\mathcal{M})$ anillo gen. $\mathcal{M}$.

Dem. Todo elem. $R(\mathcal{M})$ se cub. por una cant. finita de elem. de $\mathcal{M}$.

$\underline{A \text{ anillo y } A \supset \mathcal{M}}$, entonces (6).

andres.bonilla@monash.edu