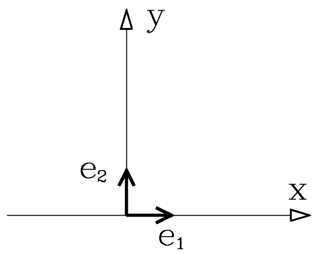
Mecánica de los Fluidos – Ingeniería Forestal – Curso 2024
Udelar – CENUR NE - Sede Tacuarembó

Práctico 4 – Cinemática 2ª Parte

1) Un fluido describe un movimiento en la zona y ≥ 0 con el siguiente campo de velocidades:

$$v = Kx.e_1 - Ky.e_2 \qquad (\ K > 0,\ K \text{ dato})$$



1º) Investigar si el movimiento es estacionario y si es incompresible.

2º) Hallar el movimiento. Deducir las ecuaciones de las trayectorias y hacer un croquis del movimiento, indicando el sentido de circulación del fluido.

3º) Probar que las partículas que en un instante están en una recta normal a uno cualquiera de los ejes, se ubican en otro instante en otra recta paralela a la primera.

4º) Se considera la parte del fluido que ocupa, en t=0, el cuadrado $[\ -a\ ,\ a\ ]\times[0,\ 2a\ ]$. Determinar la región ocupada por dicha parte en un instante t > 0.

5º) Hallar el campo de aceleraciones.
(El movimiento considerado puede interpretarse, en la zona próxima al origen **O**, como el movimiento de un fluido en presencia de la pared y=0, en la cual existe un punto de velocidad nula en **O**).

2) Un fluido que ocupa todo el espacio excepto el eje (O,$\mathbf{e_3}$), describe un movimiento dado por el campo de velocidades:

$$\mathbf{v} = -\frac{Ky}{x^2+y^2}\,\mathbf{e_1} + \frac{Kx}{x^2+y^2}\,\mathbf{e_2} \quad (\text{K constante no nula})$$

1º) Investigar si el movimiento es estacionario y si es incompresible.

2º) Probar que las trayectorias son circunferencias centradas en (O,$\mathbf{e_3}$), y que el movimiento de cada partícula es circular uniforme.

3º) Hallar el módulo de la velocidad de cada movimiento particular, probando que sólo depende de la distancia al eje (O,$\mathbf{e_3}$). Probar que el movimiento **no** es rígido. (Este movimiento se puede interpretar como un torbellino de eje (O,$\mathbf{e_3}$).

3) Un cuerpo continuo describe un movimiento, determinado a partir del instante t=0, por el siguiente campo de velocidades:

$$v = u.e_1 - gt.e_3 \qquad (\text{u, g constantes no nulas})$$

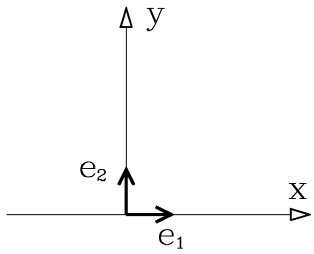
1º) Investigar si el movimiento es estacionario y si es incompresible.

2º) Hallar las trayectorias y las líneas de flujo.

3º) Interpretación física del movimiento.

4) Un fluido describe un movimiento en la **zona y ≥ 0** con los siguientes campos de velocidades **v** y de temperaturas **T** :

$$\mathbf{v} = Vo.(1 - e^{-y/L}).e_1 \qquad T = To(k^2.t^2 - (x^2 - y^2)/a^2)$$



1º) Bosquejar las superficies de nivel del campo de temperaturas (isotermas) en cada instante.

2º) Hallar la ley horaria de la temperatura T que registra una **partícula** genérica, que en t=0 se encuentra en (x_0, y_0). Calcular entonces directamente la derivada total de la temperatura.

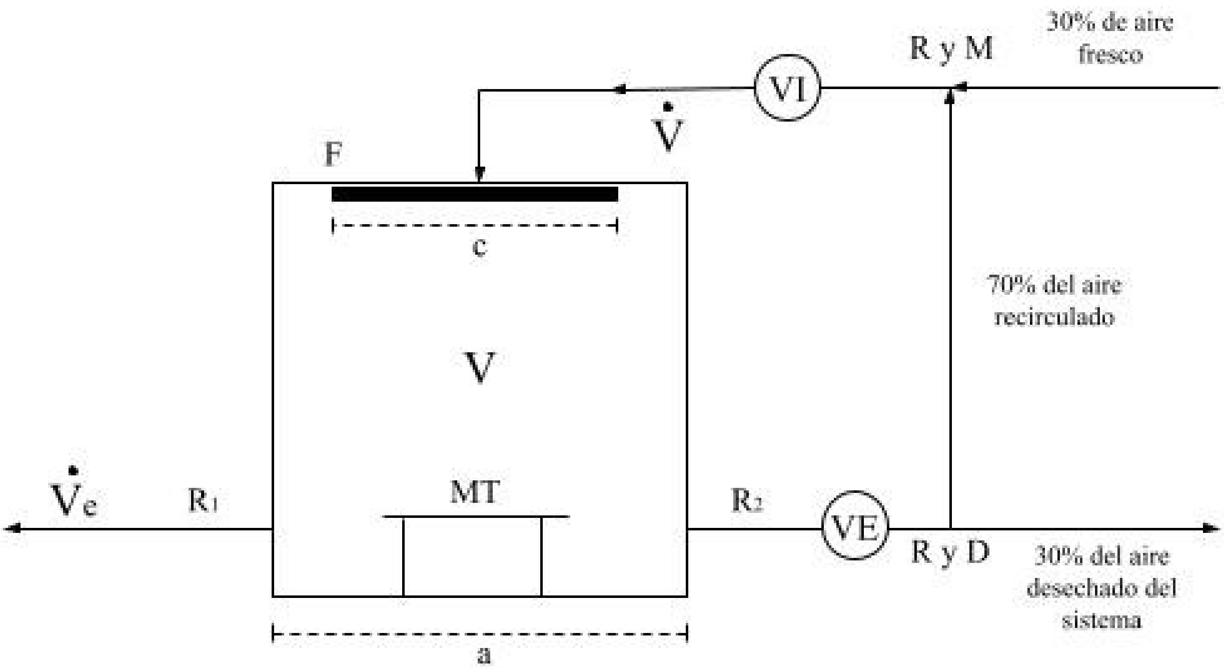
3º) Calcular $\frac{\partial T}{\partial t}$ y verificar el cálculo de $\frac{dT}{dt}$ hecho en 2º) por el teorema que vincula ambas derivadas.

4º) Una sonda describe un movimiento rectilíneo uniforme de velocidad $v_1 = u.e_1 + w.e_2$, $u \neq 0$, w > 0 , partiendo del origen O en el instante t=0.

Hallar la ley horaria de la temperatura que registra la sonda. Calcular, en el instante t, su derivada respecto del tiempo: $\frac{\delta T}{\delta t}$.

¿Podría haberse llegado directamente a este resultado?.

5) A efectos de mantener en condiciones un laboratorio biológico, se debe hacer circular por él un gasto de aire (que ingresará filtrado en F) $\dot{V}$, correspondiente a 15 RPH (RPH=revoluciones por hora: $1RPH = \frac{(V(m^3))}{1hora}$) y se debe incorporar 30% del aire fresco (externo)



Esquema 1 - Diagrama esquemático de la instalación de aire para un laboratorio

$V = volumen\ del\ local = axbxh$, $a = 4\,m$; $b = 6\,m$; $h = 4\,m$,
$F = filtro\ y\ rejilla\ de\ ingreso\ de\ aire$, $A_F = cxc(cuadrada)$,

$R_1\, y\, R_2$ *rejillas de extracción de área dxd* ,
$R\, y\, D = registro\ y\ descarte$; $R\, y\, M = Registro\ y\ mezcla$,
$MT = mesa\ de\ trabajo$

1 Calcular el caudal de aire que deben mover los ventiladores (en m^3/h , Kg/s y en cfm) y el gasto (caudal) a ingresar

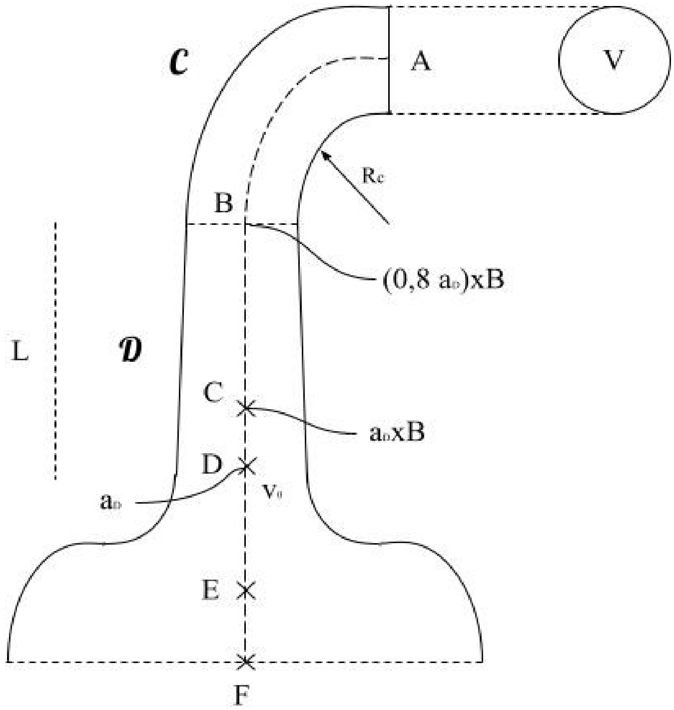
2 Si la velocidad media frente a la boca de inyección del filtro F (supuesta vertical descendente), no debe superar los $0{,}3\, m/s$

2.1 ¿Cúal debe ser el tamaño de esa área de inyección del Filtro (cuadrado de cxc)?

2.2 ¿Cúal es la velocidad media descendente en el área libre por encima de la mesa de trabajo?

2.3 ¿Cúal es la velocidad promedio frente a las rejillas de extracción $R_1\, y\, R_2$, cuadradas, verticales en la zona inferior de las paredes opuestas de lado $d = 0{,}4\, m$?

2.4 Esquematizar lineas de flujo desde la zona de inyección (F) a las de extracción ($R_1\, y\, R_2$)



Esquema 2 – Detalle de la instalación de alimentación

$V = ventilador$, $C = Codo$, $D = Ducto$, BC zona de expansión, CD zona ducto cuadrado sección BxB, DEF zona de llegada a F, F inyección a sala

3 El esquema 2 muestra detalles de la instalación de alimentación de aire

3.1 Determinar el tamaño del $Ducto = D$, B (en m) si la velocidad no debe sobrepasar en ningún lugar los $10\, m/s$

3.2 Hacer un esquema de lineas de flujo (LF) y de los perfiles de velocidad (supuestos uniformes) en cada sección A, B, C, D y F. ¿Qué ocurre en la zona E?

3.3 Calcular la aceleración en la linea media de flujo, AB, en el Codo C

3.4 Calcular la aceleración de la linea media de flujo, BC, del ducto D recto con expansión

3.5 ¿Que le ocurre al flujo en la zona final del ducto D, desde C a D, E y F?

6) Se tiene un movimiento cuyo campo de velocidades (supuesto conocido) en un sistema cartesiano es:

$$\mathbf{v} = v_1(x,y,z,t).\mathbf{e_1} + v_2(x,y,z,t).\mathbf{e_2} + v_3(x,y,z,t).\mathbf{e_3}$$

Calcular a partir de sus respectivas definiciones :

a.1) Derivada local y total de las coordenadas x, y, z.
a.2) Derivada local y total de los versores $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}, \mathbf{e_3}$.
a.3) Derivada local y total de un campo escalar conocido: $f(x,y,z,t)$.
a.4) Derivada local y total del campo de velocidades $\mathbf{v}$.

Vincular claramente, justificando en cada caso, las derivadas totales solicitadas con las componentes del campo de velocidades.

Aplicación:

$f(x,y,z,t) = t^2(x^2 + y^2 + z^2)$
$v_1 = C_1(t).x$
$v_2 = C_2(t).y$
$v_3 = C_3(t).z$

(Complementario)
b) Se tiene un movimiento cuyo campo de velocidades (supuesto conocido) en un sistema cilíndrico es:

$$\mathbf{v} = v_r(r,\theta,z,t).\mathbf{e_r} + v_\theta(r,\theta,z,t).\mathbf{e_\theta} + v_z(r,\theta,z,t).\mathbf{e_z}$$

Calcular a partir de sus respectivas definiciones:

b.1) Derivada local y total de las coordenadas r, θ, z.
b.2) Derivada local y total de los versores $\mathbf{e_r}$, $\mathbf{e_\theta}$, $\mathbf{e_z}$.
b.3) Derivada local y total de un campo escalar conocido: $f(r,\theta,z,t)$.
b.4) Derivada local y total del campo de velocidades $\mathbf{v}$.

Vincular claramente, justificando en cada caso, las derivadas totales solicitadas con las componentes del campo de velocidades.

Aplicación:

$v_r = Q(t)/r$
$v_\theta = \Omega(t).r$
$v_z = u(t)$