Práctico IV Introducción al Análisis Complejo

Ejercicio 1 - Calcular el radio de convergencia de $\sum_n (a_n z^n)$ siendo :

1) $(a_n) = n^{logn}$ 2) $(a_n) = \frac{n^n}{n!}$ 3) $(a_n) = sin(n)$ 4) $(a_n) = \binom{n+a}{n}$, $a \in \mathbb{N}^*$.

Ejercicio 2 - Calcular el radio de convergencia y estudiar el comportamiento en la frontera del disco de convergencia de las series siguientes :

1) - $\sum_{n\geq 1} z^n$ 2) - $\sum_{n\geq 1} \frac{z^n}{n^2}$ 3) - $\sum_{n\geq 1} (-1)^n \frac{z^n}{n}$.

Ejercicio 3 - Calcular el desarrollo en series de potencias centrado en 0 de $f(z)$, para :

1) - $f(z) = \frac{1}{(1-z)^k}$, con $k \in \mathbb{N}$ 2) - $f(z) = \frac{z(1+z)}{(1-z)^3}$ 3) - $f(z) = \frac{z}{z^2-4z+13}$

Ejercicio 4 - Determinar las series de Taylor de las funciones $sen(z)$ y $cos(z)$ en $z = \frac{\pi}{4}$.

Ejercicio 5 - Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales :

$(1-z^2)f''(z) - 4zf'(z) - 2f(z) = 0$, con condiciones iniciales $f(0) = f'(0) = 1$

$(1-z)zf'(z) - f(z) = 0$, con condición inicial $f(0) = 0$.

Ejercicio 6 - Calcular el desarrollo de Taylor en 1 de $f(z) := \frac{z^2}{(z+1)^2}$ y su radio de convergencia.