CAPÍTULO 17

ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS

La mayor parte de la materia puede ser convenientemente descrita clasificándola dentro de una de las tres fases: *sólida, líquida, o gaseosa. Los sólidos y los líquidos (llamados también* materia condensada*) tienen cierto grupo de propiedades en común; por ejemplo, son relativamente incompresibles a la vez que su densidad permanece relativamente constante cuando varía su temperatura (manteniendo también otras propiedades, como la presión, constantes). Por otra parte, los gases son fácilmente compresibles y su densidad cambia de manera sustancial con la temperatura cuando la presión se mantiene constante.*

Desde una perspectiva diferente, podemos agrupar en forma conjunta a los gases y a los líquidos bajo la denominación común de fluidos. *La palabra "fluido" proviene del latín* fluere, *que significa "fluir o manar". Los fluidos fluyen, por ejemplo, para adquirir la forma del recipiente que los contenga; los sólidos no comparten esta propiedad. En el sólido, los átomos permanecen relativamente fijos en su ordenamiento; en el fluido, los átomos pueden moverse entre sí.*

En este capítulo consideraremos las propiedades de los fluidos en reposo y las leyes por las que se rigen. En el capítulo siguiente estudiaremos las propiedades dinámicas de los fluidos en movimiento.

17-1 FLUIDOS Y SÓLIDOS

En nuestra experiencia cotidiana tenemos una idea clara de la distinción entre fluidos y sólidos pero, como suele suceder en la ciencia, las experiencias cotidianas se obtienen dentro de circunstancias muy limitadas, y extrapolarlas demasiado lejos puede conducir a conclusiones incorrectas. Por ejemplo, partiendo de la experiencia cotidiana podemos proponer la distinción siguiente: el sólido conserva su forma pero el fluido fluye para adoptar la forma de su recipiente. Por otra parte, ciertas sustancias no pueden ser clasificadas con tanta facilidad. Por ejemplo, el vidrio debería clasificarse como fluido; aunque parece que mantiene su forma, el vidrio fluye durante un periodo grande de tiempo. Las ventanas de vidrio que han permanecido durante muchos años son, si las medimos más gruesas en la parte inferior que en la parte superior.

Otra forma un tanto intermedia es la sustancia plástica, la cual puede moldearse o dársele forma. Consideremos, por ejemplo, la arcilla. Mantiene su forma relativamente bien, y nos resistiríamos a clasificarla como un fluido, pero al aplicar *presión* sobre ella podemos forzarla a adoptar la forma de su recipiente. Puede hacerse que otras sustancias, a las que podríamos identificar como sólidas en la experiencia ordinaria, fluyan bajo una presión lo bastante elevada.

Por supuesto, estamos familiarizados con el cambio de estado de la materia al cambiar su temperatura, que podría fundir o evaporar esa materia. Pero estamos menos familiarizados con el cambio de estado de la materia cuando cambia la presión sobre ella, en parte porque el intervalo de presiones necesarias está, generalmente, más allá de nuestra experiencia normal. Por ejemplo, el aluminio puede estirarse para hacer de él alambre si lo hacemos pasar a través de un orificio pequeño y puede moldearse de formas diversas sometiéndolo en un troquel, a la acción de una presión elevada. Las capas de roca en plegamientos profundos que vemos a menudo en las carreteras que cruzan una montaña, son evidencia de que la "roca sólida" llega a fluir también bajo una presión suficientemente elevada.

Existe aún otra fase de la materia que no puede fácilmente clasificarse como sólido, líquido, o gas. Un *plasma* es un gas en el que los átomos están ionizados, de modo que forman una mezcla eléctricamente neutra que contiene números iguales de iones cargados positivamente y electrones cargados negativamente. Las fuertes interacciones eléctricas que se dan con el entorno y entre los átomos hacen que su comportamiento sea bastante diferente al de un gas ordinario. El gas que hay dentro de una lámpara fluorescente se convierte en plasma cuando la lámpara se enciende. En una escala mucho más grande, el Sol y las demás estrellas son bolas de plasma y, así, mucha de la materia del Universo existe en esta forma. Crear y confinar plasmas de tamaño suficiente en el laboratorio son los obstáculos principales que encaran los investigadores que buscan maneras de aprovechar las reacciones de la fusión controlada para generar energía eléctrica.

Microscópicamente, ¿cómo difieren estas formas de materia unas de otras? Los sólidos son capaces de soportar una variedad de esfuerzos, como ya hemos visto en el capítulo 14. Estos esfuerzos incluyen la tensión, la compresión y el corte, entre otros. Los sólidos pueden soportar y transmitir tales esfuerzos debido a que existen fuerzas relativamente fuertes entre sus moléculas y porque tienen un *orden de largo alcance*, es decir, sus moléculas están dispuestas de manera ordenada, como los tabiques en una pared, de modo que no se puede desplazar a un átomo fácilmente de un lugar sin desplazar también a muchos otros átomos.

En los líquidos, las distancias intermoleculares son generalmente más grandes que en los sólidos; de aquí que las fuerzas intermoleculares, que varían fuertemente con la distancia, tiendan a ser más débiles en los líquidos que en los sólidos. Muchos líquidos son, como los sólidos, relativamente incompresibles, de modo que los líquidos soportan y transmiten esfuerzos de compresión; como lo veremos más adelante en este capítulo, los sistemas hidráulicos dependen de esta propiedad de los fluidos. Hasta un grado limitado, los líquidos pueden soportar también esfuerzos de tensión, lo cual estudiaremos en la sección 17-6. Sin embargo, los líquidos no pueden soportar esfuerzos cortantes porque las capas del líquido se deslizan entre sí con gran facilidad.

En los gases, las moléculas interactúan sólo débilmente, por lo que son incapaces de transmitir esfuerzos estáticos de tensión o de corte; así, son por lo general mucho más compresibles que los sólidos o los líquidos. Sin embargo, en un plasma existen fuerzas electromagnéticas de largo alcance entre las partículas. Por lo tanto, si bien un plasma parece hallarse en estado gaseoso tiene mayor similitud con un líquido en su capacidad para transmitir esfuerzos.

Hemos desarrollado un grupo de leyes mecánicas que nos permiten analizar la dinámica de partículas individuales, y hemos desarrollado también otro grupo similar de leyes que nos permiten analizar la dinámica de conjuntos de partículas en sólidos rígidos. Es importante observar que lo hicimos aun sin una teoría que explicase las fuerzas entre las partículas de que está compuesto un sólido. Aun para el caso de los sólidos que no pueden ser considerados como perfectamente rígidos, tenemos una teoría de la elasticidad (véase el capítulo 14).

La mecánica de los fluidos adquiere un planteamiento similar. Al igual que la mecánica de los cuerpos rígidos, la primera se deriva de las leyes de Newton. Para los fluidos, como para los sólidos, es conveniente desarrollar una formulación especial de estas leyes.

17-2 PRESIÓN Y DENSIDAD

Presión

A un sólido podemos aplicarle una fuerza a un ángulo arbitrario con su superficie. En la sección 14-5 hemos considerado el efecto del esfuerzo cortante sobre un sólido, donde la fuerza actúa en el plano de un elemento de área de la superficie. La capacidad de fluir hace que el fluido sea incapaz de soportar un esfuerzo cortante, y en condiciones estáticas la única componente de la fuerza que debe tomarse en cuenta es la que actúa en forma *normal* o *perpendicular* a la superficie del fluido. Sin importar cuál sea la forma del fluido, las fuerzas entre el interior y el exterior actúan en todas partes en ángulo recto con las capas frontera del fluido.

La magnitud de la fuerza normal por unidad de área superficial se llama *presión*. La presión es una cantidad escalar; no tiene propiedades direccionales. Por ejemplo, cuando nadamos bajo el agua ésta ejerce una presión sobre nuestro cuerpo en todas direcciones. Incluso si la presión es producida por una fuerza que tiene propiedades direccionales y es un vector, la presión es, en sí misma, un escalar.

Microscópicamente, la presión ejercida por un fluido sobre una superficie en contacto con él es causada por colisiones de moléculas del fluido con la superficie. Como resultado de una colisión, la componente del ímpetu de una molécula perpendicular a la superficie se invierte. La superficie debe ejercer una fuerza impulsiva sobre la molécula y, según la tercera ley de Newton, las moléculas ejercen una fuerza igual perpendicular a la superficie. El resultado neto de la fuerza de reacción ejercida por muchas moléculas sobre la superficie da origen a la presión en la superficie. En el capítulo 23 desarrollaremos este cuadro más cuantitativamente para el caso de los gases.

Un fluido sometido a presión ejerce una fuerza hacia afuera sobre cualquier superficie que esté en contacto con él. Consideremos una superficie cerrada que contenga a un fluido, como en la figura 1. El fluido que está dentro de la superficie empuja al entorno. Un elemento pequeño de la superficie puede estar representado por el vector $\Delta\mathbf{A}$, cuya magnitud es numéricamente igual al elemento de

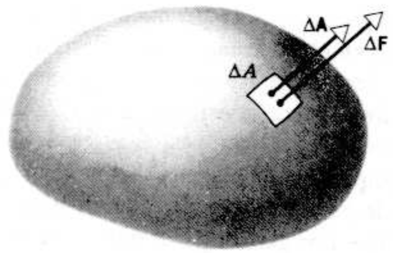


Figura 1 Un elemento de superficie ΔA puede ser representado por un vector $\Delta\mathbf{A}$ de longitud igual a la magnitud del área del elemento y dirección perpendicular al elemento. El fluido encerrado por la superficie ejerce una fuerza $\Delta\mathbf{F}$ contra el elemento. La fuerza es perpendicular al elemento y por lo tanto paralela a $\Delta\mathbf{A}$.

área y cuya dirección es a lo largo de la normal a la superficie hacia afuera. La fuerza $\Delta\mathbf{F}$ ejercida por el fluido contra esta superficie depende de la presión p de acuerdo con

$$\Delta\mathbf{F} = p\,\Delta\mathbf{A}. \tag{1}$$

Puesto que los vectores que representan a la fuerza y al área son paralelos, podemos escribir la presión en términos de la relación escalar

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta A}. \tag{2}$$

Tomamos al elemento ΔA como lo suficientemente pequeño para que la presión p definida según la ecuación 2 sea independiente del tamaño del elemento. En general, la presión puede variar de un punto a otro de la superficie.

La presión tiene las dimensiones de fuerza dividida por área, y una unidad común para la presión es N/m^2. Esta unidad se denomina *pascal* (abreviatura Pa; 1 Pa = 1 N/m^2) en el SI. Puede encontrarse una amplia variedad de otras unidades. En Estados Unidos los medidores de la presión en las llantas de los vehículos dan una lectura en lb/in^2. La presión ejercida por la atmósfera de la Tierra al nivel del mar se designa como 1 atmósfera (atm; 1 atm = 14.7 lb/in^2 = 1.01325×10^5 Pa, exactamente). Debido a que el pascal es una unidad pequeña (1 Pa ≈ 10^{-5} atm), los pronosticadores del tiempo usan a menudo la unidad bar (1 bar = 10^5 Pa, o 1 atm aproximadamente) para expresar la presión atmosférica. Otra unidad común se basa en la presión ejercida en su base por una columna vertical de mercurio de una altura específica; una columna de 760 mm de altura a una temperatura de 0° C en una localidad donde g = 9.80665 m/s^2 ejerce una presión igual a la de la atmósfera, y así tenemos la equivalencia de 760 mm Hg = 1 atm. La altura de esta columna en pulgadas es de 29.9 in; en Estados Unidos, los barómetros comunes (y los pronosticadores del tiempo en la TV) dan la presión atmosférica en pulgadas de mercurio. Las lecturas de presión en el laboratorio se expresan a menudo en la unidad *torr*, que es la presión ejercida por una columna de mercurio de 1 mm de altura bajo las condiciones especificadas.

La tabla 1 da algunas presiones representativas en unidades pascal. El término "sobrepresión" indica un valor excesivo de la presión atmosférica normal. Obsérvese que en el laboratorio podemos producir presiones que varían dentro de 22 órdenes de magnitud. En el apéndice G el lector hallará los factores de conversión necesarios para convertir las mediciones de la presión de un grupo de unidades a otro.

Densidad

La densidad ρ de un elemento pequeño de cualquier material es la masa Δm del elemento dividida entre su volumen ΔV:

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}. \tag{3}$$

La densidad en un punto es el valor límite de esta razón cuando el elemento de volumen se hace pequeño. La densidad no tiene propiedades direccionales y es un escalar.

Si la densidad de un objeto tiene el mismo valor en todos los puntos, la densidad del objeto es igual a la masa de todo el objeto dividida por su volumen:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{4}$$

La densidad de un material en general depende de factores ambientales, incluyendo la presión y la temperatura. En los líquidos y en los sólidos, la variación de la densidad es muy pequeña dentro de intervalos grandes de presión y de temperatura, y en muchas aplicaciones podemos considerar a la densidad como una constante. La

TABLA 1 ALGUNAS PRESIONES

Sistema	*Presión (Pa)*
Centro del Sol	2×10^{16}
Centro de la Tierra	4×10^{11}
Mayor presión sostenida en el laboratorio	1.5×10^{10}
La fosa oceánica más profunda	1.1×10^{8}
Tacones puntiagudos sobre una pista de baile	2×10^{7}
Llanta de automóvil (sobrepresión)	2×10^{5}
Atmósfera al nivel del mar	1.0×10^{5}
Presión normal de la sangre[†]	1.6×10^{4}
El sonido más fuerte tolerable[‡]	30
El sonido más débil detectable[‡]	3×10^{-5}
El mejor vacío en el laboratorio	10^{-12}

† La sobrepresión sistólica, correspondiente a 120 mm Hg en el esfigmomanómetro del médico.
‡ Sobrepresión en el tímpano del oído, a 1000 Hz.

TABLA 2 ALGUNAS DENSIDADES

Material u objeto	*Densidad (kg/m³)*
Espacio interestelar	10^{-20}
El mejor vacío en el laboratorio	10^{-17}
Aire: 20° C y 1 atm	1.21
20° C y 50 atm	60.5
Espuma de estireno	1×10^2
Hielo	0.917×10^3
Agua: 20° C y 1 atm	0.998×10^3
20° C y 50 atm	1.000×10^3
Agua de mar: 20° C y 1 atm	1.024×10^3
Sangre entera	1.060×10^3
Hierro	7.8×10^3
Mercurio	13.6×10^3
La Tierra: promedio	5.5×10^3
núcleo	9.5×10^3
corteza	2.8×10^3
El Sol: promedio	1.4×10^3
núcleo	1.6×10^5
Estrella enana blanca (núcleo)	10^{10}
Núcleo del uranio	3×10^{17}
Estrella de neutrones (núcleo)	10^{18}
Hoyo negro (1 masa solar)	10^{19}

tabla 2 presenta algunas densidades representativas, que varían en alrededor de 21 órdenes de magnitud en el laboratorio y en casi 40 órdenes de magnitud desde los objetos más densos del Universo (un hoyo negro hipotético) hasta el casi vacío del espacio mismo.

En analogía con la exposición del concepto esfuerzo contra deformación unitaria de la sección 14-5, un cambio Δp en la presión aplicada a cualquier material es un esfuerzo. La deformación unitaria correspondiente es un cambio de volumen, el cual escribimos como: $\Delta V/V$. La relación entre esfuerzo y deformación unitaria se llama *módulo volumétrico B*:

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V}. \tag{5}$$

En esta definición se inserta el signo menos para que B sea una cantidad positiva, porque Δp y ΔV tienen signos opuestos. Esto es, un *aumento* de presión ($\Delta p > 0$) causa una *disminución* de volumen ($\Delta V < 0$). Obsérvese que B tiene la misma dimensión que la presión, porque $\Delta V/V$ es una cantidad sin dimensión.

Si el módulo volumétrico de un material es grande, entonces (según la Ec. 5) un cambio grande de presión Δp produce únicamente un cambio pequeño en su volumen. En este caso, podemos considerar al material como si fuese prácticamente incompresible. El módulo volumétrico del agua, por ejemplo, es de 2.2×10^9 N/m². A la presión en el fondo del Océano Pacífico (4.0×10^7 N/m², alrededor de 400 atm), el cambio relativo de volumen causado por la presión es de sólo 1.8%. Los sólidos tienen por lo general módulos volumétricos más elevados que los líquidos, a causa del acoplamiento mayor de los átomos en los sólidos. Una presión dada produce entonces un cambio más pequeño en el volumen de un sólido que en el de un líquido. En circunstancias ordinarias, podemos por tanto considerar como incompresibles tanto a los sólidos como a los líquidos.

Si B es pequeño, el volumen puede ser cambiado por un cambio de presión modesto, y se dice que el material es compresible. Los gases típicos tienen módulos volumétricos de alrededor de 10^5 N/m². Un pequeño cambio de presión de 0.1 atm puede cambiar el volumen de un gas en un 10%. Así, los gases son fácilmente compresibles.

17-3 VARIACIÓN DE LA PRESIÓN EN UN FLUIDO EN REPOSO

Si un fluido está en equilibrio, cada porción del fluido está en equilibrio. Es decir, tanto la fuerza neta como la torca neta sobre cada elemento del fluido debe ser cero. Consideremos un pequeño elemento de volumen del fluido sumergido dentro del cuerpo del fluido. Consideremos que este elemento tenga la forma de un disco delgado y esté a una distancia y arriba de algún nivel de referencia, como se muestra en la figura 2*a*. El espesor del disco es dy y cada cara tiene un área A. La masa de este elemento es $dm = \rho\, dV = \rho A\, dy$, y su peso es $(dm)g = \rho g A\, dy$. Las fuerzas ejercidas sobre el elemento por el fluido que lo rodea son perpendiculares a su superficie en cada punto (Fig. 2*b*).

La fuerza horizontal resultante es cero porque el elemento no tiene aceleración horizontal. Las fuerzas horizontales se deben únicamente a la presión del fluido, y por simetría la presión debe ser la misma en todos los puntos comprendidos en un plano horizontal en y.

El elemento de fluido no estará acelerado en dirección vertical, de modo que la fuerza vertical resultante sobre él debe ser cero. En la figura 2*c* se muestra un diagrama de cuerpo libre del elemento de fluido. Las fuerzas verticales son debidas no sólo a la presión del fluido que lo rodea en sus caras, sino también al peso del elemento. Si tomamos a p como la presión en la cara inferior y $p + dp$ como la presión en su cara superior, la fuerza hacia arriba es pA, y las fuerzas hacia abajo son $(p + dp)A$ y el peso del elemento $(dm)g = \rho g A\, dy$. De aquí que, para el equilibrio vertical,

$$\sum F_y = pA - (p + dp)A - \rho g A\, dy = 0,$$

de donde obtenemos

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g. \tag{6}$$

Esta ecuación nos dice cómo varía la presión con la elevación sobre cierto nivel de referencia en un fluido en

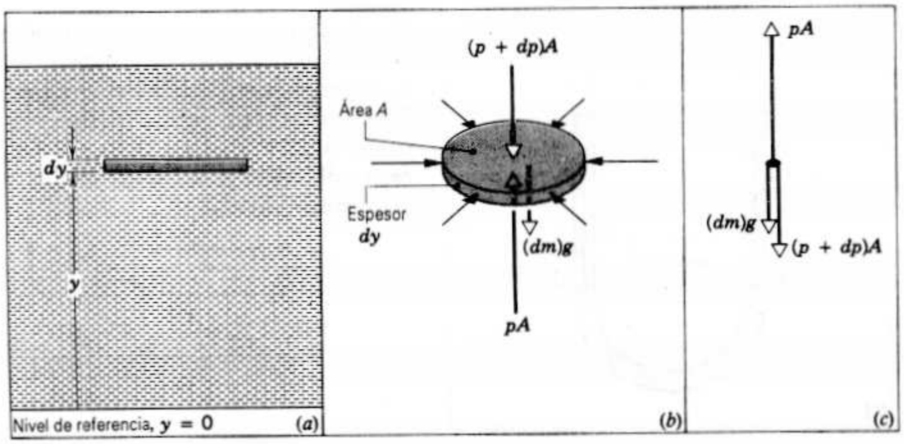


Figura 2 (*a*) Un pequeño elemento de volumen del fluido en reposo. (*b*) Las fuerzas sobre el elemento. (*c*) Diagrama de cuerpo libre del elemento.

equilibrio estático. Al aumentar la elevación (dy positiva), la presión disminuye (dp negativa). La causa de la variación de esta presión es el peso por unidad de área de la sección transversal de las capas de fluido que están entre los puntos cuya diferencia de presión está siendo medida.

La cantidad ρg suele llamarse *peso específico* del fluido; y es el peso por unidad de volumen del fluido. Por ejemplo, para el agua, el peso específico es 9800 N/m^3 = 62.4 lb/ft^3.

Si p_1 es la presión en la elevación y_1, y p_2 es la presión en la elevación y_2 sobre algún nivel de referencia, la integración de la ecuación 6 da

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g\, dy$$

o sea

$$p_2 - p_1 = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g\, dy. \qquad (7)$$

En los líquidos, que son casi incompresibles, ρ es prácticamente constante, y las diferencias de nivel raramente son tan grandes que haya de considerarse algún cambio en g. Así pues, tomando a ρ y a g como constantes, obtenemos

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) \qquad (8)$$

para un líquido homogéneo.

Si un líquido tiene una superficie libre, ésta es el nivel natural desde el cual se miden las distancias (Fig. 3). Sea y_2 la elevación de la superficie, en cuyo punto la presión p_2 que actúa sobre el fluido es usualmente la ejercida por la atmósfera de la Tierra p_0. Consideramos que y_1 está en cualquier nivel del fluido, y representamos a la presión de ese lugar como p. Entonces,

$$p_0 - p = -\rho g(y_2 - y_1).$$

Pero $y_2 - y_1$ es la profundidad h bajo la superficie a la cual la presión es p (véase la Fig. 3), de modo que

$$p = p_0 + \rho g h. \qquad (9)$$

Esto demuestra claramente que en un líquido la presión aumenta con la profundidad, pero es la misma en todos los puntos situados a la misma profundidad. El segundo término a la derecha de la ecuación 9 da la contribución a la presión en un punto del líquido debida al peso del fluido de altura h sobre ese punto.

La ecuación 8 da la relación entre las presiones en dos puntos cualesquiera de un fluido, sin que importe la forma de la vasija que lo contiene. Al no importar la forma de la vasija que lo contiene, dos puntos del fluido pueden estar unidos por una trayectoria hecha de etapas verticales y horizontales. Por ejemplo, consideremos los puntos A y B en el líquido homogéneo contenido en el tubo en forma de U de la figura 4*a*. A lo largo de la trayectoria en zigzag de A a B existe una diferencia de presión $\rho g y'$ en cada segmento vertical de longitud y', mientras que a lo largo de cada segmento horizontal no existe un cambio de presión. De aquí que la diferencia de presión $p_B - p_A$ sea ρg veces la suma algebraica de los segmentos verticales desde A hasta B, o $\rho g(y_2 - y_1)$.

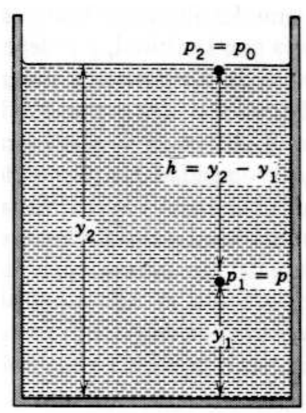


Figura 3 Un recipiente contiene un líquido cuya superficie superior está abierta a la atmósfera. La presión en cualquier punto del líquido depende de la profundidad h.

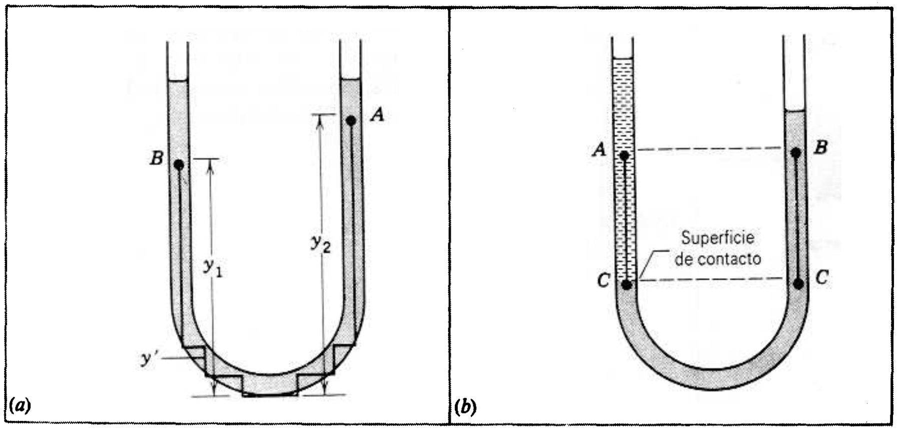


Figura 4 (*a*) La diferencia de presión entre dos puntos *A* y *B* de un líquido homogéneo depende únicamente de su diferencia en altura $y_2 - y_1$. (*b*) Dos puntos *A* y *B* a la misma altura pueden estar a diferentes presiones si ahí las densidades difieren.

Si el tubo en U contiene líquidos inmiscibles diferentes, digamos, un líquido denso en el tubo de la derecha y otro menos denso en el tubo de la izquierda, como se muestra en la figura 4*b*, la presión puede ser diferente en un mismo nivel (puntos *A* y *B*) en lados diferentes. El líquido bajo la línea *CC* está en equilibrio, entonces, la fuerza ejercida por la columna de la izquierda sobre *C* debe ser igual a la fuerza ejercida por la columna de la derecha sobre *C*. La presión en *C* es la misma en ambos lados, pero la presión decae menos desde *C* hasta *A* que desde *C* hasta *B*, porque el líquido a la izquierda es menos denso que el líquido a la derecha. Entonces, la presión en *A* es mayor que en *B*.

Variación de la presión en la atmósfera

Para los gases, ρ es comparativamente pequeña y la diferencia de presión entre dos puntos vecinos suele ser despreciable (véase la Ec. 8). Entonces en una vasija razonablemente pequeña que contenga un gas, la presión puede ser considerada como la misma en cualquier parte. Sin embargo, éste no es el caso cuando $y_2 - y_1$ es muy grande. La presión del aire varía notablemente cuando ascendemos a grandes alturas en la atmósfera. Además, la densidad ρ varía con la altitud, y ρ debe ser conocida en función de y antes de que podamos integrar la ecuación 7.

Podemos obtener una idea razonable de la variación de la presión con la altitud en la atmósfera de la Tierra si suponemos que la densidad ρ es proporcional a la presión. Esto sería así de manera muy aproximada (de acuerdo con la ley del gas ideal, la cual estudiaremos en el capítulo 23) si la temperatura del aire permaneciese igual en todas las altitudes. Haciendo uso de esta hipótesis, y suponiendo también que la variación de g con la altitud sea despreciable, podemos hallar la presión p a cualquier altitud y sobre el nivel del mar.

Partiendo de la ecuación 6 tenemos que

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g.$$

Puesto que ρ es proporcional a p, tenemos

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}, \tag{10}$$

donde ρ_0 y p_0 son los valores de la densidad y de la presión al nivel del mar. Entonces,

$$\frac{dp}{dy} = -g\rho_0 \frac{p}{p_0},$$

de modo que

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g\rho_0}{p_0}\,dy. \tag{11}$$

Integrando la ecuación 11 desde la presión p_0 a una altitud $y = 0$ (nivel del mar) hasta la presión p a una altitud y, obtenemos

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -\int_0^y \frac{g\rho_0}{p_0}\,dy,$$

lo cual da

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{g\rho_0}{p_0}\,y$$

o sea

$$p = p_0 e^{-(g\rho_0/p_0)y}. \tag{12}$$

Usando los valores $g = 9.80$ m/s², $\rho_0 = 1.21$ kg/m³ (a 20° C), y $p_0 = 1.01 \times 10^5$ Pa, obtenemos

$$\frac{g\rho_0}{p_0} = 1.17 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^{-1} = 0.117\ \mathrm{km}^{-1}.$$

De aquí que

$$p = p_0 e^{-y/a} \tag{13}$$

donde $1/a = g\rho_0/p_0 = 0.117$ km⁻¹ o $a = 8.55$ km. La constante a da el cambio de altitud para el cual la presión decae por un factor de e. O, lo que es lo mismo, la presión atmosférica decae por un factor de 10 cuando la altitud cambia en $a \ln 10 = 2.30a = 20$ km. A una altitud de $h = 20$ km sobre el nivel del mar, la presión atmosférica sería

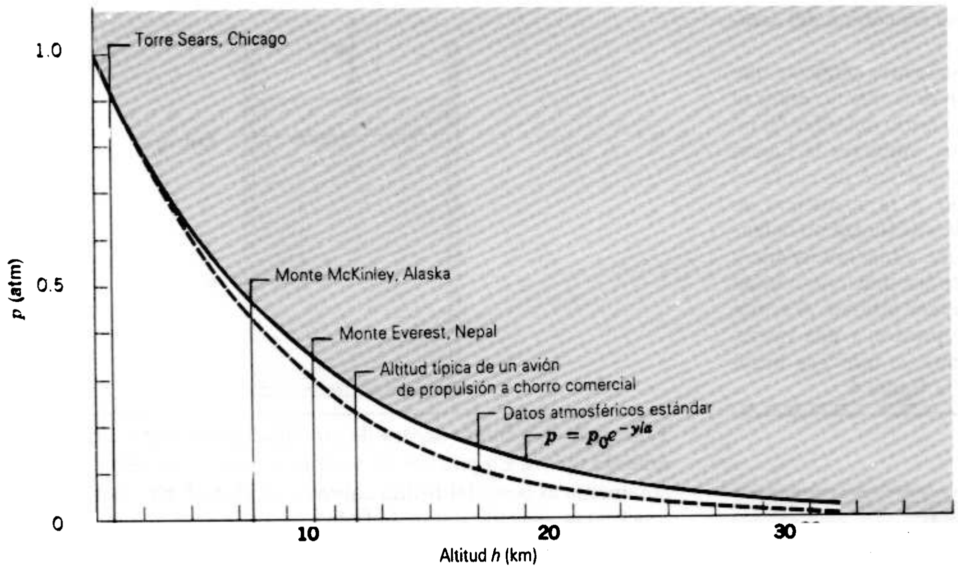


Figura 5 Comparación entre los datos de la presión atmosférica estándar (línea de puntos) con las predicciones de la ecuación 13 (línea continua). Las dos curvas difieren porque nuestro cálculo despreció la variación de la densidad con la temperatura al aumentar la altitud.

entonces 0.1 atm; en h = 40 km sobre el nivel del mar, sería 0.01 atm. La figura 5 muestra una comparación entre la variación de la presión con la altitud predicha por la ecuación 13 y la medida para la atmósfera.

Para los gases a una temperatura uniforme la densidad ρ de cualquier capa es proporcional a la presión p en esa capa. Sin embargo, los líquidos son casi incompresibles, de modo que las capas más bajas no resultan notablemente comprimidas por el peso de las capas más altas sobreimpuestas a ellas, y la densidad ρ es prácticamente constante en todos los niveles. La variación de la presión con la distancia sobre el fondo del fluido en un gas es diferente de la de un líquido, como lo indica la ecuación 9 para un líquido y la ecuación 13 para un gas.

Problema muestra 1 Un tubo en U, en el cual ambos extremos están abiertos a la atmósfera, contiene cierta cantidad de agua. En el otro lado se vierte aceite, sustancia que no se mezcla con el agua, hasta que llega a una distancia d = 12.3 mm sobre el nivel del agua, del otro lado, nivel que se ha elevado mientras tanto a una distancia a = 67.5 mm desde su nivel original (Fig. 6). Halle la densidad del aceite.

Solución En la figura 6 los puntos C están a la misma presión. (Si esto no fuera así, entonces el elemento de fluido en forma de U que está abajo del nivel CC experimentaría una fuerza neta no balanceada y se aceleraría, violando la hipótesis estática que hacemos en este problema.) La caída de presión desde C hasta la superficie del lado del agua es $\rho_w g 2a$, donde $2a$ es la altura de la columna de agua que está sobre C. La caída de presión en el otro lado desde C hasta la superficie es $\rho g(2a + d)$, donde ρ es la densidad del aceite, desconocida. Igualando las presiones en el punto C de cada lado, obtenemos

$$p_0 + \rho_w g 2a = p_0 + \rho g(2a + d)$$

y así

$$\rho = \rho_w \frac{2a}{(2a+d)}$$

$$= (1.000 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) \frac{2(67.5 \text{ mm})}{2(67.5 \text{ mm}) + 12.3 \text{ mm}}$$

$$= 916 \text{ kg/m}^3.$$

La razón de la densidad de una sustancia a la densidad del agua se llama *densidad relativa* (o *gravedad específica*)

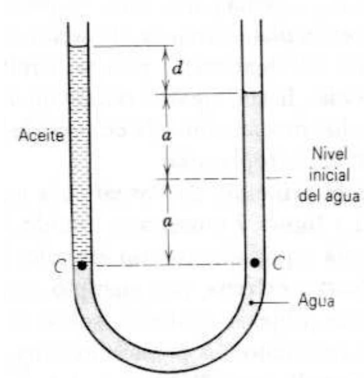


Figura 6 Problema muestra 1. Un tubo en U se llena parcialmente de agua y parcialmente de aceite de densidad desconocida.

de esa sustancia. En este caso la gravedad específica del aceite es 0.916.

Obsérvese que al resolver este problema hemos supuesto que la presión es continua sobre la superficie de contacto entre el aceite y el agua en el punto *C* del lado izquierdo del tubo. Si no fuera así y las presiones fueran diferentes, entonces la fuerza ejercida por el fluido en un lado de la superficie de contacto diferiría de la del fluido en el otro lado, y la superficie de contacto se aceleraría bajo la influencia de una fuerza no balanceada. Puesto que estamos suponiendo una situación estática, no puede haber movimiento y por lo tanto las presiones deben ser las mismas. Sin embargo, cuando vertemos primero el aceite en el tubo puede haber una diferencia de presión y una fuerza no balanceada que causaría que el sistema se moviese hasta llegar a la situación estática mostrada en la figura 6.

17-4 PRINCIPIO DE PASCAL Y PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

Cuando oprimimos un tubo de pasta dental, la pasta fluye hacia afuera por la abertura del tubo. Esto demuestra la acción del *principio de Pascal.* Cuando se aplica presión en cualquier lugar del tubo, ésta se resiente en cualquier lugar del tubo obligando a la pasta dental a salir de él. He aquí el postulado del principio de Pascal, quien lo presentó por vez primera en 1652:

> *La presión aplicada a un fluido confinado se transmite íntegramente a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente que lo contiene.*

Es decir, si aumentamos en un lugar la presión sobre un fluido en una cantidad Δp, cualquier otra parte del fluido experimenta el mismo aumento de presión.

El principio de Pascal es la base de la operación de todos los mecanismos transmisores de fuerza hidráulica, tales como los que podrían encontrarse en la maquinaria para el movimiento de tierras o en el sistema de frenos de un automóvil. Ello nos permite amplificar una fuerza aplicada relativamente pequeña para elevar un peso mucho más grande (como en la plataforma de elevación de automóviles o en la silla del dentista) y para transmitir fuerzas a grandes distancias hasta lugares relativamente inaccesibles (como en los mecanismos de control de los alerones que se usan en los aeroplanos).

Probaremos el principio de Pascal para un líquido incompresible. La figura 7 muestra al líquido dentro de un cilindro que está equipado con un émbolo. Se aplica al émbolo una fuerza externa, por ejemplo, por medio del peso de algunos objetos apilados sobre él. La fuerza externa da por resultado una presión externa p_{ext} aplicada al líquido que se halla inmediatamente debajo del émbolo. Si el líquido tiene una densidad ρ, entonces, según la ecuación 9, podemos escribir la presión en un punto arbitrario P a una distancia h bajo la superficie:

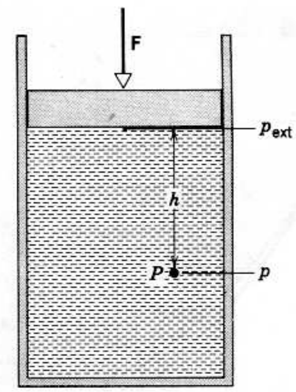


Figura 7 Un fluido dentro de un cilindro equipado con un émbolo móvil. La presión en cualquier punto P se debe no solamente al peso del fluido sobre el nivel de P sino también a la fuerza ejercida por el émbolo.

$$p = p_{ext} + \rho g h. \tag{14}$$

Supongamos ahora que la presión externa aumenta en una cantidad Δp_{ext}, quizá por haber añadido algo de más peso sobre el émbolo. ¿Cómo cambia la presión p en el fluido como resultado de este cambio en la presión externa? Suponemos que el líquido es incompresible, de modo que la densidad ρ permanece constante. El cambio en la presión externa da por resultado un cambio en la presión del fluido que se deduce de la ecuación 14:

$$\Delta p = \Delta p_{ext} + \Delta(\rho g h). \tag{15}$$

Puesto que el líquido es incompresible, la densidad es constante, y el segundo término a la derecha en la ecuación 15 es igual a cero. En este caso, obtenemos

$$\Delta p = \Delta p_{ext}\,. \tag{16}$$

El cambio de presión en cualquier punto del fluido es sencillamente igual al cambio de la presión externa aplicada. Este resultado confirma el principio de Pascal y demuestra que se deduce directamente de nuestra consideración previa de la presión estática en un fluido. Por lo tanto, no es un principio independiente sino una consecuencia directa de nuestra formulación de la estática de los fluidos.

Si bien hemos derivado el resultado anterior para los líquidos incompresibles, el principio de Pascal se cumple en todos los casos de fluidos reales (compresibles), ya sean gases o líquidos. El cambio en la presión externa causa un cambio en la densidad que se propaga en el fluido como una onda a la velocidad del sonido, pero una vez que la perturbación termina y se establece el equilibrio, se encuentra que el principio de Pascal permanece válido.

La palanca hidráulica

La figura 8 muestra un dispositivo que se usa a menudo para levantar un objeto pesado, como un automóvil. Sobre un pistón de área A_i se ejerce una fuerza externa F_i. El objeto que va a ser levantado ejerce una fuerza Mg sobre el émbolo grande de área A_o. En equilibrio, la magnitud de la fuerza hacia arriba F_o ejercida por el fluido sobre el émbolo grande debe ser igual a la de la fuerza hacia abajo Mg del peso del objeto (despreciando el peso del propio émbolo). Deseamos hallar la relación entre la fuerza aplicada F_i y la "fuerza de salida" F_o que el sistema puede ejercer sobre el émbolo grande.

La presión sobre el fluido en el émbolo pequeño, debida a nuestra fuerza externa aplicada, es $p_i = F_i/A_i$. De acuerdo con el principio de Pascal, esta presión de "entrada" debe ser igual a la presión de "salida" $p_o = F_o/A_o$, que el fluido ejerce *sobre* el émbolo grande. Entonces $p_i = p_o$, y entonces

$$\frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o},$$

o sea

$$F_i = F_o \frac{A_i}{A_o} = Mg \frac{A_i}{A_o}. \tag{17}$$

La razón A_i/A_o es generalmente mucho menor de 1, y entonces la fuerza aplicada puede ser mucho menor que el peso Mg que está siendo levantado.

El movimiento hacia abajo del émbolo pequeño a lo largo de una distancia d_i desplaza un volumen de fluido $V = d_i A_i$. Si el fluido es incompresible, entonces este volumen debe ser igual al volumen desplazado por el movimiento hacia arriba del émbolo grande:

$$V = d_i A_i = d_o A_o,$$

o

$$d_o = d_i \frac{A_i}{A_o}. \tag{18}$$

Si A_i/A_o es un número pequeño, entonces la distancia a la que se desplaza el émbolo grande es mucho más pequeña que la distancia a la que se desplaza el émbolo pequeño

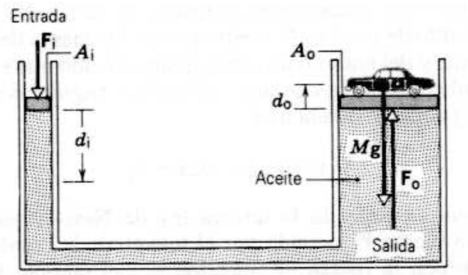


Figura 8 La palanca hidráulica. Una fuerza $\mathbf{F}_i$ aplicada al émbolo pequeño puede producir una fuerza $\mathbf{F}_o$ mucho mayor sobre el émbolo grande, que pueda levantar un peso Mg.

a causa de la fuerza aplicada. El precio que pagamos por la posibilidad de levantar una carga grande es el de perder la posibilidad de trasladarla muy lejos.

Al combinar las ecuaciones 17 y 18 vemos que $F_i d_i = F_o d_o$, lo cual demuestra que el trabajo efectuado por la fuerza externa sobre el émbolo pequeño es igual al trabajo efectuado por el fluido sobre el émbolo grande. Entonces, (despreciando la fricción y otras fuerzas disipativas) no existe una ganancia (o pérdida) neta de energía al usar este sistema hidráulico.

Problema muestra 2 La figura 9 muestra una vista esquemática de un gato hidráulico empleado para elevar un automóvil. El fluido hidráulico es aceite (densidad = 812 kg/m³). Se emplea una bomba de mano, con la cual se aplica una fuerza de magnitud F_i al émbolo menor (de 2.2 cm de diámetro) cuando la mano aplica una fuerza de magnitud F_h al extremo del mango de la bomba. La masa combinada del automóvil que va a ser elevado y la plataforma de elevación es de M = 1980 kg, y el émbolo grande tiene un diámetro de 16.4 cm. La longitud L del mango de la bomba es de 36 cm, y la distancia x desde el pivote hasta el émbolo es de 9.4 cm. (*a*) ¿Cuál es la fuerza aplicada F_h necesaria para elevar el automóvil? (*b*) Por cada carrera hacia abajo de la bomba, en la que la mano se mueve una distancia vertical de 28 cm, ¿a qué altura se eleva el automóvil?

Solución (*a*) Partiendo de la ecuación 17,

$$F_i = Mg \frac{A_i}{A_o} = (1980 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \frac{\pi(1.1 \text{ cm})^2}{\pi(8.2 \text{ cm})^2} = 349 \text{ N}.$$

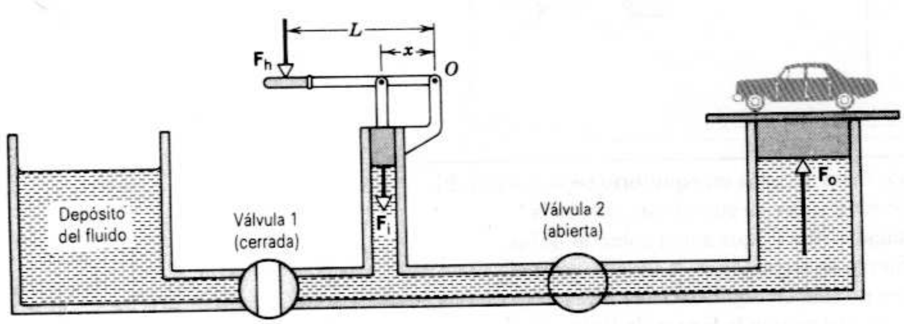


Figura 9 Problema muestra 2. Se emplea una bomba hidráulica para elevar un automóvil. En la carrera hacia abajo, se cierra la válvula 1 y se abre la válvula 2. Durante la carrera hacia arriba, se abre la válvula 1 y se cierra la válvula 2, permitiendo que se transfiera fluido adicional a la cámara hidráulica.

Considerando las torcas sobre el mango de la bomba con respecto al punto de pivoteo O, despreciando las masas del mango de la bomba y del émbolo pequeño, y suponiendo que el mango de la bomba se mueva con una aceleración angular despreciablemente pequeña, obtenemos

$$\sum \tau = F_h L - F_i x = 0,$$

donde hemos empleado la tercera ley de Newton para relacionar a la fuerza $\mathbf{F}_i$ ejercida *por* el mango de la bomba *sobre* el émbolo con la fuerza $-\mathbf{F}_i$ ejercida *por* el émbolo *sobre* el mango de la bomba. Resolviendo para F_h, hallamos que

$$F_h = F_i \frac{x}{L} = (349\ \text{N}) \frac{9.4\ \text{cm}}{36\ \text{cm}} = 91\ \text{N}.$$

Tal fuerza, alrededor de 20 lb, puede ser aplicada fácilmente a mano.

(*b*) Cuando la mano se mueve a lo largo de una distancia vertical h, el émbolo pequeño se moverá a lo largo de la distancia

$$d_i = h \frac{x}{L} = (28\ \text{cm}) \frac{9.4\ \text{cm}}{36\ \text{cm}} = 7.3\ \text{cm}.$$

La ecuación 18 da entonces la distancia recorrida por el émbolo grande:

$$d_o = d_i \frac{A_i}{A_o} = (7.3\ \text{cm}) \frac{\pi(1.1\ \text{cm})^2}{\pi(8.2\ \text{cm})^2} = 0.13\ \text{cm} = 1.3\ \text{mm}.$$

Elevar el automóvil sólo a una distancia tan corta es el precio que pagamos por ejercer una fuerza tan pequeña para elevarlo. Por supuesto, si queremos un aparato que sea útil debemos poder elevar el automóvil a una distancia más grande, lo cual se consigue por medio de muchas carreras de la bomba. Para evitar que el automóvil descienda durante la carrera hacia arriba de la bomba, se emplea el dispositivo de válvulas mostrado en la figura 9. Durante la carrera hacia abajo, las válvulas están en la posición mostrada en la figura 9, y el automóvil se eleva a una distancia d_o. Durante la carrera de retorno se cierra la válvula 2, atrapando al fluido del lado derecho de la cámara y manteniendo el automóvil a una altura fija; luego, se abre la válvula 1, de modo que la carrera de retorno reciba fluido adicional del depósito del lado izquierdo de la cámara. En la siguiente carrera hacia abajo, las válvulas retornan a la posición mostrada en la figura, y el automóvil es elevado en otro incremento d_o. En efecto, el volumen de fluido hidráulico recibido del lado izquierdo de la cámara durante la carrera hacia arriba se bombea hacia el lado derecho de la cámara durante la carrera hacia abajo. Cuando se completa el proceso, el automóvil descenderá abriendo ambas válvulas y permitiendo que el fluido se drene directamente al depósito.

¿Cómo cambia la operación del gato hidráulico cuando el automóvil es levantado y la altura del fluido en la columna derecha aumenta? Haga un cálculo numérico.

Principio de Arquímedes

La figura 10*a* muestra cierto volumen de agua contenida en una bolsa de plástico delgado situada bajo el agua. El agua de la bolsa está en equilibrio estático. Por lo tanto, su peso debe estar equilibrado por una fuerza hacia arriba de igual magnitud. Esta fuerza hacia arriba es la suma vectorial de todas las fuerzas hacia adentro ejercidas por el fluido que rodea a la bolsa. Las flechas de la figura 10*a* representan a las fuerzas ejercidas sobre el volumen de líquido como resultado de la presión del fluido que lo rodea. Nótese que las fuerzas hacia arriba sobre el fondo de la bolsa son más grandes que las fuerzas hacia abajo sobre la parte superior, debido a que la presión aumenta con la profundidad. La fuerza neta hacia arriba que resulta de esta diferencia de presiones se denomina *fuerza de flotación o empuje*.

La presión ejercida sobre un objeto sumergido por el líquido que lo rodea ciertamente no depende del material del cual está hecho el objeto. Por lo tanto, podríamos sustituir la bolsa de agua por un trozo de madera del mismo tamaño y forma exactas, y la fuerza de flotación no cambiaría. La fuerza hacia arriba sigue siendo igual al peso del volumen original de agua. Esto nos conduce al principio de Arquímedes:

Todo cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido sufre un empuje de abajo arriba por una fuerza de magnitud igual al del peso del fluido que desaloja.

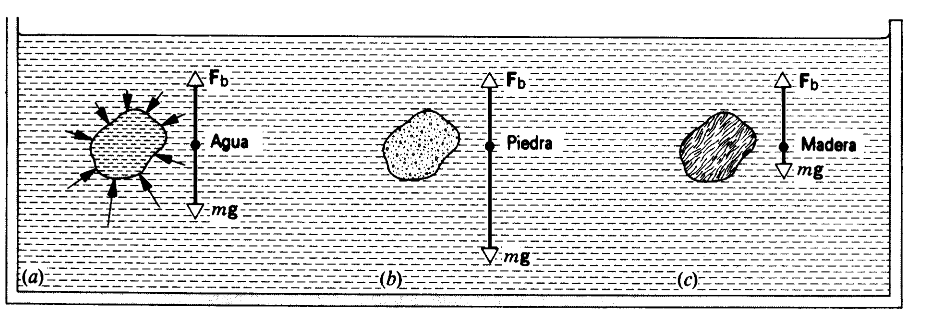


Figura 10 (*a*) Una bolsa de plástico delgado llena de agua en equilibrio bajo el agua. El agua que rodea a la bolsa ejerce fuerzas de presión sobre su superficie, siendo la resultante una fuerza de rotación o empuje hacia arriba $\mathbf{F}_b$ que actúa sobre la bolsa. (*b*) Para una piedra del mismo volumen, la fuerza de flotación es la misma, pero el peso excede a la fuerza de flotación, y así, la piedra no está en equilibrio. (*c*) En el caso de una pieza de madera del mismo volumen, el peso es menor que la fuerza de flotación.

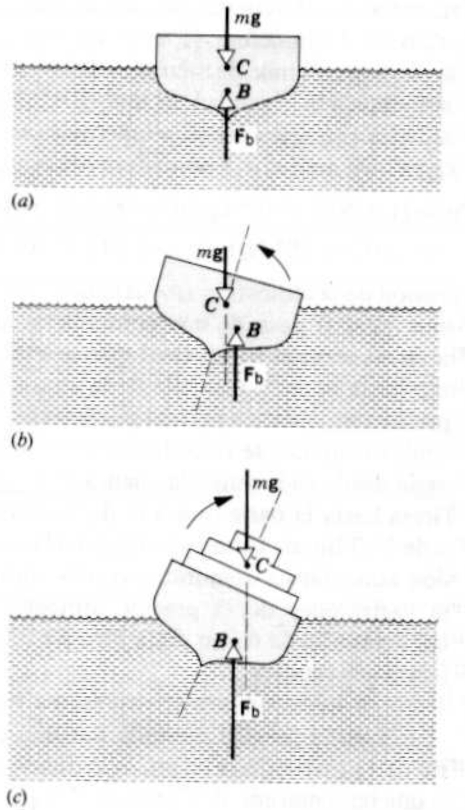


Figura 11 (*a*) Una sección transversal de un barco que flota en posición normal. La fuerza de flotación $\mathbf{F}_b$ actúa en el centro de flotación *B*, y el peso actúa en el centro de gravedad *C*. El barco está en equilibrio bajo la acción de estas fuerzas. (*b*) Cuando el barco se ladea, el centro de flotación puede ya no estar situado en la misma línea vertical que el centro de gravedad, y puede actuar una torca neta sobre el barco. Aquí, la torca con respecto a *C* actúa para regresar al barco a la posición normal. (*c*) Aquí, el centro de gravedad está situado más arriba, de modo que la torca respecto a *C* debido a la fuerza de flotación tiende a ladear al barco aun más.

Un objeto de mayor densidad que el agua (Fig. 10*b*) desaloja un volumen de agua cuyo peso es menor que el peso del objeto. Por lo tanto, el objeto se hunde en el agua, porque la fuerza del empuje es menor que el peso del objeto. Si tratamos de elevar al objeto mientras esté bajo el agua, encontramos que exige menos fuerza que el peso normal del objeto, siendo la diferencia la fuerza del empuje. Los objetos sumergidos parecen pesar menos de lo que pesan normalmente. Los astronautas se preparan para sus viajes practicando tareas en grandes tanques bajo el agua, para simular un tanto la condición ingravidez en el espacio.

Un objeto de densidad menor que el agua (Fig. 10*c*) experimenta una fuerza neta hacia arriba cuando está completamente sumergido, porque el peso del agua desalojada es mayor que el peso del objeto. Por lo tanto, el objeto se eleva hasta subir a la superficie, y continúa elevándose hasta que la parte de él que quede sumergida sea del volumen necesario para desalojar al agua cuyo peso es igual al peso total del objeto. En esa situación el objeto flota en equilibrio.

La fuerza de flotación puede verse como si actuase en el centro de gravedad del fluido desalojado por la parte sumergida de un objeto flotante. Este punto se conoce como *centro de flotación*. El peso actúa en el centro de gravedad de todo el objeto. Estos dos puntos no son en general los mismos (Fig. 11*a*). Si los dos puntos están situados en la misma línea vertical, entonces el objeto puede flotar en equilibrio: tanto la fuerza neta como la torca neta son nulos. Si el objeto flotante se ladea ligeramente sacándolo de su posición de equilibrio, entonces la forma total del fluido desalojado cambia, y el *centro de flotación* cambia su posición con respecto al centro de gravedad del objeto flotante. Así pues, sobre el objeto flotante actúa una torca que podría inclinar al objeto nuevamente hacia su posición de equilibrio (Fig. 11*b*), o podría actuar en la otra dirección para volcarlo completamente (Fig. 11*c*).

Problema muestra 3 ¿Qué fracción del volumen total de un iceberg queda expuesta?

Solución El peso del iceberg es

$$W_i = \rho_i V_i g,$$

donde V_i es el volumen del iceberg. El peso del volumen V_w del agua de mar desalojada (o, lo que es lo mismo, del volumen de la parte sumergida del iceberg) es la fuerza de flotación

$$F_b = \rho_w V_w g.$$

Pero F_b es igual a W_i, porque el iceberg está en equilibrio, de modo que

$$\rho_w V_w g = \rho_i V_i g,$$

y, usando las densidades de la tabla 2,

$$\frac{V_w}{V_i} = \frac{\rho_i}{\rho_w} = \frac{917\ \text{kg/m}^3}{1024\ \text{kg/m}^3} = 0.896 = 89.6\%.$$

El volumen del agua desalojada V_w es el volumen de la porción sumergida del iceberg, de modo que el 10.4% del iceberg se halla expuesto sobre la superficie.

17-5 MEDICIÓN DE LA PRESIÓN

La presión ejercida por un fluido puede medirse usando técnicas ya sea estáticas o dinámicas. Los métodos dinámicos se basan en la velocidad del flujo de un fluido en movimiento y se estudian en el capítulo 18. En esta sección trataremos los métodos estáticos para medir la presión.

La mayoría de los aparatos de medición de la presión usan la presión atmosférica como nivel de referencia y miden la diferencia entre la presión real y la presión atmosférica, llamada *presión manométrica*. La presión real en un punto de un fluido se llama *presión absoluta*, que es entonces la presión atmosférica más la presión manométrica. La presión manométrica se da ya sea arriba o abajo de la presión atmosférica y puede entonces ser positiva o negativa; la presión absoluta, por su parte, siempre es positiva.

El barómetro de mercurio es un tubo largo de vidrio, lleno con mercurio y luego invertido dentro de una cubeta que contiene el mismo metal, como se muestra en la figura 12. El espacio sobre la columna de mercurio es, en efecto, un vacío que contiene únicamente vapor de mercurio, cuya presión p_2 es tan pequeña a las temperaturas ordinarias que puede ser despreciada. La presión p_1 sobre la superficie de la cubeta de mercurio es la presión desconocida p que deseamos medir. Partiendo de la ecuación 8, obtenemos

$$p_2 - p_1 = 0 - p = -\rho g(y_2 - y_1) = -\rho gh,$$

o

$$p = \rho gh.$$

Midiendo la altura de la columna sobre la superficie de la cubeta nos da entonces la presión.

El barómetro de mercurio se utiliza para medir la presión de la atmósfera, p_0. La columna de mercurio del barómetro tiene una altura de unos 760 mm al nivel

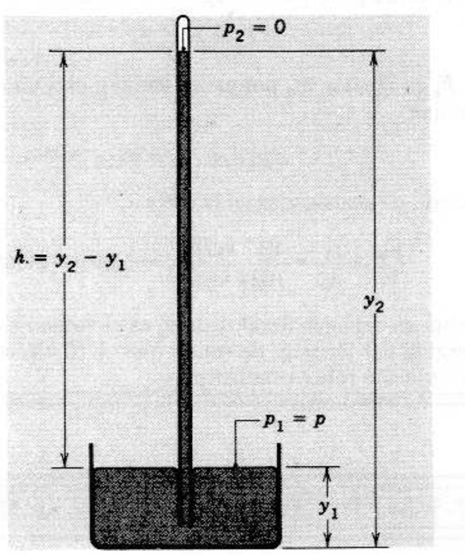


Figura 12 Barómetro de mercurio. El mercurio que está en la cubeta se halla en equilibrio bajo la influencia de la presión atmosférica y del peso del mercurio contenido en la columna vertical.

del mar, variando de acuerdo con la presión atmosférica. La presión de 1 atmósfera (1 atm) es equivalente a la ejercida por una columna de mercurio de 760 mm de altura a 0° C sometida a la gravedad normal (g = 9.80665 m/s²). La densidad del mercurio a esta temperatura es de 1.35955 × 10⁴ kg/m³. De aquí que 1 atmósfera sea equivalente a

$$\begin{aligned} 1\ \text{atm} &= (1.35955 \times 10^4\ \text{kg/m}^3)(9.80665\ \text{m/s}^2)(0.76\ \text{m}) \\ &= 1.013 \times 10^5\ \text{N/m}^2 \quad (\equiv 1.013 \times 10^5\ \text{Pa}). \end{aligned}$$

La presión de la atmósfera en cualquier punto es numéricamente igual al peso de una columna de aire de área unitaria en su sección transversal que se extienda desde ese punto hasta la parte más alta de la atmósfera. Puesto que la presión atmosférica normal puede expresarse como 14.7 lb/in², sabemos que la columna vertical de aire que se extiende desde cada pulgada cuadrada de la superficie de la Tierra hasta la parte más alta de la atmósfera tiene un peso de 14.7 libras. Como ya vimos en la sección 17-3, la presión atmosférica disminuye con la altitud. Existen también variaciones de la presión atmosférica en una localidad determinada de un día a otro a causa de que la atmósfera no es estática.

Las lecturas del barómetro se expresan a veces en torr, donde 1 torr es la presión ejercida por una columna de mercurio de 1 mm de altura en un lugar donde g = 9.80665 m/s² y a una temperatura (0° C) a la cual el mercurio tiene una densidad de 1.35955 × 10⁴ kg/m³. Entonces,

$$\begin{aligned} 1\ \text{torr} &= (1.35955 \times 10^4\ \text{kg/m}^3)(9.80665\ \text{m/s}^2)(0.001\ \text{m}) \\ &= 133.326\ \text{Pa}. \end{aligned}$$

El manómetro de tubo abierto (Fig. 13) mide la presión manométrica. Consta de un tubo en forma de U lleno de líquido, el tubo está abierto por un extremo a la atmósfera y conectado en el otro extremo al sistema (tanque) cuya presión p deseamos medir. Partiendo de la ecuación 9 obtenemos

$$p - p_0 = \rho gh.$$

Entonces, la presión manométrica, $p - p_0$, es proporcional a la diferencia de altura en las columnas de líquido del tubo en U. Si el recipiente contiene gas a una presión elevada, se emplea en el tubo un líquido más denso como el mercurio; cuando se manejan presiones bajas, puede utilizarse agua.

Problema muestra 4 La columna de mercurio de un barómetro tiene una altura h de 740.35 mm. La temperatura es de −5.0° C, a cuya temperatura la densidad del mercurio es de 1.3608 × 10⁴ kg/m³. La aceleración en caída libre g en el sitio del barómetro es de 9.7835 m/s². ¿Cuál es la presión atmosférica?

Solución Partiendo de la ecuación 8 tenemos

$$\begin{aligned} p_0 &= \rho gh \\ &= (1.3608 \times 10^4\ \text{kg/m}^3)(9.7835\ \text{m/s}^2)(0.74035\ \text{m}) \\ &= 9.8566 \times 10^4\ \text{Pa} = 739.29\ \text{torr}. \end{aligned}$$

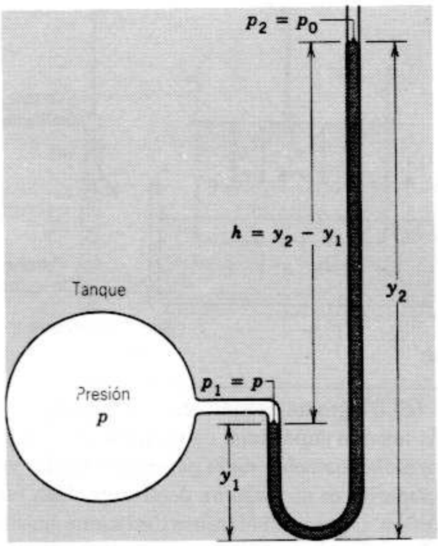


Figura 13 Un manómetro de tubo abierto, que puede utilizarse para medir la presión de un fluido en un tanque.

Nótese que el valor de la presión en torr (739.29 torr) es numéricamente cercano al valor de la altura h de la columna de mercurio expresada en mm (740.35 mm). Estas dos cantidades serán numéricamente iguales sólo si el barómetro está localizado en un sitio donde g tenga su valor normal y cuando la temperatura del mercurio sea 0° C.

Otra manera de expresar el resultado de este problema muestra sería como 0.98566 bar o 985.66 milibar, donde 1 bar = 10^5 Pa.

Notas históricas *(Opcional)*

El barómetro de mercurio fue inventado por el italiano Evangelista Torricelli (1608-1647), en memoria de quien ha sido nombrada la unidad torr. Torricelli describió en 1644 sus experimentos con el barómetro de mercurio en cartas a su amigo Michelangelo Ricci, de Roma. Le explicaba a Ricci que el propósito de su investigación era "no simplemente producir un vacío, sino fabricar un instrumento que mostrase las mutaciones del aire, ora más pesado y denso, ora más ligero y tenue". Al oír de los experimentos del italiano, Blas Pascal, en Francia, dedujo que si la columna de mercurio se mantenía simplemente por la acción de la presión del aire, la columna debería ser más corta si se encontraba a una altitud elevada. Realizó la prueba en el campanario de una iglesia de París, pero, como deseara resultados más contundentes, le escribió a su cuñado para que ensayase el experimento en la Puy de Dôme, una alta montaña de Auvernia. La diferencia medida en la altura del mercurio fue de 8 cm, resultado "que nos llenó de admiración y asombro". El propio Pascal construyó un barómetro usando vino tinto y un tubo de vidrio de 14 m de longitud.

El principal significado de estos experimentos en aquel tiempo consiste en que ofrecieron una prueba fehaciente de que podía crearse un espacio evacuado. Aristóteles creía que no podía existir un vacío y, muchos años después, el propio filósofo Descartes mantenía el mismo punto de vista. Durante 2000 años los filósofos hablaron del "horror" que la naturaleza sentía por un espacio vacío: el *horror vacui*. Se decía que la naturaleza impedía la formación de un vacío abrazándose a todo lo cercano y con ello llenando cualquier espacio evacuado. De aquí que el mercurio o el vino deberían llenar el tubo invertido a causa de que "la naturaleza aborrecía al vacío". Los experimentos de Torricelli y de Pascal demostraron que existían limitaciones a la habilidad de la naturaleza para impedir el vacío. Causaron una conmoción en aquellos tiempos. La meta de producir un vacío se convirtió en una realidad práctica gracias a la invención de las bombas por Otto von Guericke en Alemania alrededor de 1650 y por Robert Boyle en Inglaterra alrededor de 1660. Aun cuando estas bombas fueron relativamente primitivas, proporcionaron una herramienta para la experimentación. Con una bomba y un cántaro de agua, pudo habilitarse un espacio experimental en el cual estudiar cómo resultan afectadas las propiedades del calor, la luz, el sonido, y más tarde la electricidad y el magnetismo por una atmósfera cada vez progresivamente enrarecida. Si bien incluso hoy día no puede hacerse desaparecer completamente todo rastro de gas de un recipiente cerrado, estos sabios del siglo XVII liberaron a la ciencia del falso principio del *horror vacui* y estimularon los esfuerzos para crear sistemas de alto vacío.

En el curso de varias décadas del siglo XVII se desarrollaron no menos de seis instrumentos importantes. Éstos son el barómetro, la bomba de aire, el reloj de péndulo, el telescopio, el microscopio, y el termómetro. Todos ellos suscitaron gran asombro y curiosidad. ■

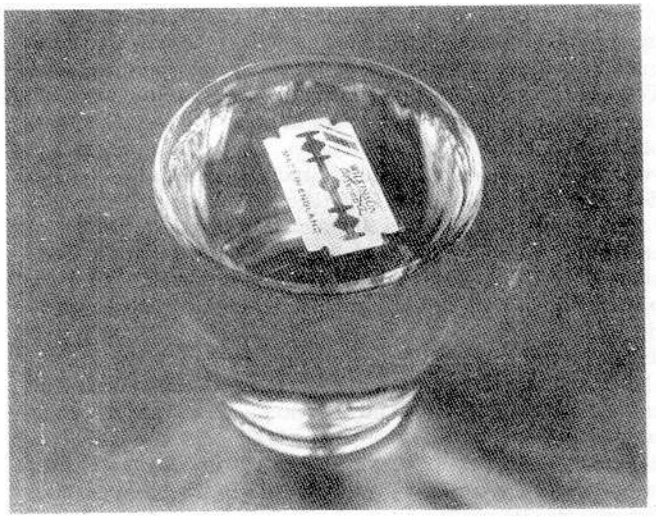
17-6 TENSIÓN SUPERFICIAL *(Opcional)*

Con frecuencia podemos observar a las hojas y a los insectos flotar sobre la *superficie* de un cuerpo de agua (Fig. 14*a*). *No* se hallan parcialmente sumergidos y por lo tanto *no* reciben el empuje según enuncia el principio de Arquímedes. En este caso el objeto está en la superficie por completo y nada de él se halla sumergido.

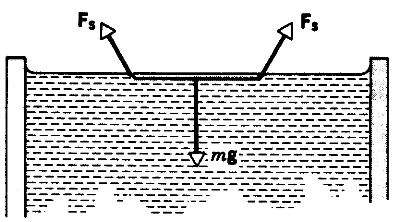
El objeto se mantiene a flote a causa de la *tensión superficial* del líquido. Podemos demostrar la tensión superficial del agua haciendo flotar con cuidado una aguja de acero o una hoja de afeitar. Por supuesto, no existe manera de que el acero flote según el principio de Arquímedes, puesto que su densidad es mayor que la del agua. Si sumergimos a la aguja o a la hoja de afeitar, éstas quedarán hundidas tal como lo enuncia el principio de Arquímedes. Solamente podrán flotar cuando estén enteramente en la superficie. Si añadimos al agua un producto químico, llamado agente tensoactivo o surfactante, éste reduce la tensión superficial (al reducir la fuerza de cohesión entre las moléculas), impidiendo así que el objeto flote. Los detergentes son surfactantes comunes. Si introducimos cuidadosamente detergente en el agua sobre la que esté flotando una hoja de afeitar, la tensión superficial disminuye súbitamente y la hoja de afeitar se hunde hasta el fondo.

Un objeto flotante, como el que se muestra en la figura 14*a*, causa una ligera depresión en la capa superficial del líquido (Fig. 14*b*), estirándola, y por lo tanto tiende a aumentar su energía potencial. Como la red de acrobacia en un circo, la superficie estirada ejerce una fuerza de restitución, cuya componente vertical puede mantener el equilibrio con el peso del objeto. Sin embargo, pronto veremos que esta analogía del comportamiento de la capa superficial no es del todo correcta.

La figura 15 muestra una manera de medir la tensión superficial de un líquido. Se dobla un alambre delgado para formar tres de los cuatro lados de un rectángulo y como cuarto lado se coloca un alambre deslizante. Si una película del líquido cubre las dos esquinas de la parte inferior (introduciendo esta parte en



(*a*)



(*b*)

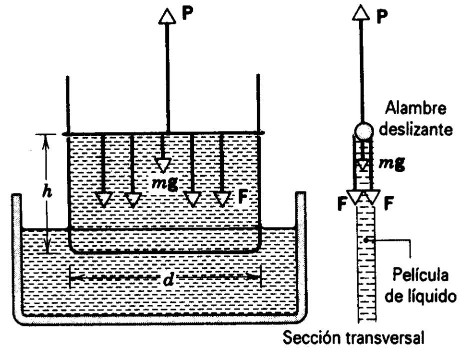
Figura 14 (*a*) Una hoja de afeitar flota sobre la superficie del agua, soportada únicamente por la tensión superficial. (*b*) La superficie se halla distorsionada por el objeto flotante, el cual se mantiene a flote a causa de las componentes verticales de la fuerza superficial $\mathbf{F}_s$.

un recipiente con el líquido), la tensión superficial tenderá a jalar hacia abajo al alambre deslizante que queda arriba. Apliquemos una fuerza externa hacia arriba P necesaria para mantener al alambre deslizante en equilibrio. Esta fuerza hacia arriba debe equilibrar a la fuerza total hacia abajo que actúa sobre el alambre deslizante, y que es igual a su peso más la fuerza F debida a la tensión superficial.

Por experimentación hallamos que la fuerza F depende de la longitud d del alambre deslizante y que no depende en absoluto de la altura h del rectángulo. Si bien podríamos pensar que la capa superficial es como una especie de tela elástica estirada sobre el líquido, esta observación nos demuestra que tal imagen es incorrecta. Imaginemos a la película de la figura 15 cortada en un número grande N de franjas verticales angostas de longitud h y anchura $\Delta d = d/N$. Si la película se comportase como una tela elástica, cada franja se comportaría como un resorte, y así la fuerza total dependería tanto del número de franjas a modo de resorte (y por tanto de d) como de la longitud h de cada franja. Puesto que la tensión superficial depende únicamente de d y no de h, la analogía de la tela elástica no es correcta.

La tensión superficial γ se define como *la fuerza superficial F por unidad de longitud L sobre la cual actúa*, es decir,

$$\gamma = \frac{F}{L}. \tag{19}$$



(*a*) (*b*)

Figura 15 (*a*) Diagrama esquemático de un experimento para medir la tensión superficial de un líquido. Una película de líquido se halla sostenida en la parte rectangular vertical, cuyo borde superior es un alambre deslizante. Una fuerza externa equilibra al peso del alambre deslizante más la fuerza total hacia abajo F de la tensión superficial. (*b*) Diagrama de la sección transversal de la película, donde se muestra que la tensión superficial actúa sobre dos superficies.

Nótese que la tensión superficial no es una fuerza sino una fuerza por unidad de longitud. Nuestro uso previo del término ***tensión*** siempre ha servido para indicar la presencia de una fuerza, pero aquí el uso es un poco diferente.

En la película de la figura 15, la fuerza actúa a lo largo de una longitud L de $2d$, a causa de que existen *dos* capas superficiales de longitud d cada una. Por lo tanto, la tensión superficial en el arreglo experimental mostrado en la figura 15 sería

$$\gamma = \frac{F}{2d}.$$

Para el agua a la temperatura ambiente, el valor de la tensión superficial es de γ = 0.073 N/m. La adición de jabón reduce la tensión superficial a 0.025 N/m. Los líquidos orgánicos y las soluciones acuosas tienen típicamente tensiones superficiales dentro de este intervalo. La tensión superficial de los metales líquidos es típicamente de un orden de magnitud mayor que la del agua. Por ejemplo, el mercurio líquido a la temperatura ambiente tiene una tensión superficial de 0.487 N/m. (Esta tensión superficial más elevada de los metales se debe a que las fuerzas entre las moléculas están típicamente dentro de un orden de magnitud mayor en los metales que en el agua. Por esta misma razón, los puntos de ebullición de los metales son mucho más elevados que los del agua.)

Podemos también analizar a la tensión superficial desde el punto de vista de la energía. Si movemos al alambre deslizante de la figura 15 a lo largo de un desplazamiento Δx, el trabajo efectuado por la fuerza de la tensión superficial es igual a $F\,\Delta x$ y es positivo o negativo según Δx tenga el sentido de la fuerza superficial o el sentido opuesto. La fuerza superficial satisface nuestra definición de fuerza conservativa, de la que hablamos en el capítulo 8, y por tanto podemos asociar un cambio en la energía potencial ΔU con la acción de la fuerza superficial, de modo que

$$\Delta U = F\,\Delta x = \gamma L\,\Delta x, \tag{20}$$

donde L es la longitud de la capa superficial. El producto $L\,\Delta x$ es justamente el cambio en el área ΔA de la superficie que tiene

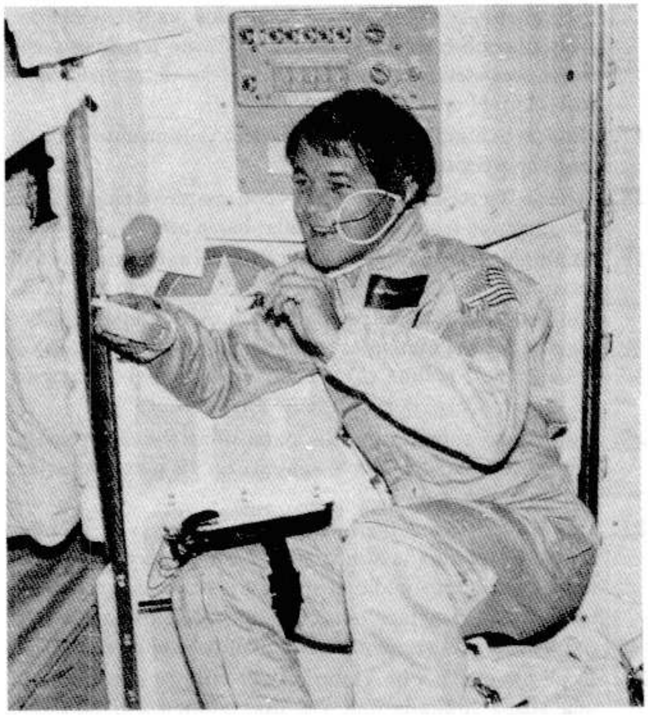


Figura 16 Las gotas que flotan libremente adquieren de manera natural una forma esférica. Aquí el astronauta Dr. Joseph P. Allen, en órbita alrededor de la Tierra a bordo del transbordador *Columbia*, observa una bola de jugo de naranja que él formó usando su distribuidor especial de bebida.

lugar cuando la estiramos. Por lo tanto, podemos expresar a la tensión superficial como:

$$\gamma = \frac{\Delta U}{\Delta A}. \qquad (21)$$

Esto nos proporciona otra interpretación de la tensión superficial en términos de la *energía potencial superficial por unidad de área de la superficie*.

La tensión superficial causa que gotas suspendidas de un líquido adquieran forma esférica (Fig. 16). Para una gota de una masa o volumen dados, la energía superficial (igual a γ veces el área superficial) es menor cuando el área es más pequeña, y una esfera tiene la razón de superficie/volumen más pequeña de todas las formas geométricas. Si no actúa ninguna otra fuerza sobre la gota, ésta adoptará naturalmente una superficie esférica. En el equilibrio, la tensión superficial produce una fuerza neta hacia adentro sobre un elemento de superficie, la cual es equilibrada por una fuerza igual hacia afuera debida a la presión del líquido contenido en la gota. En una burbuja de jabón (la cual tiene dos superficies y por lo tanto el doble de la tensión superficial de una gota de líquido de igual tamaño), la presión manométrica del gas confinado dentro de la burbuja proporciona la fuerza hacia afuera necesaria para el equilibrio.

Al igual que las moléculas de una gota de líquido, los protones y los neutrones de un núcleo experimentan fuerzas de corto alcance ejercidas por sus vecinos. El núcleo experimenta una tensión superficial similar a la de una gota de líquido. En el caso del núcleo, la fuerza hacia afuera tiene su origen en la repulsión electrostática de los protones cargados. En muchos núcleos, la forma de equilibrio se determina por el balance entre las fuerzas superficial y electrostática, y por lo tanto no debería sorprendernos que la forma preferida de los núcleos sea la esférica. El cálculo de la energía de amarre, también llamada de descarga, de los núcleos debe incluir un término que corresponda a la energía superficial, la cual típicamente es responsable del 30% de la energía total de amarre.

El hecho de considerar que el núcleo se comporta como una gota de líquido cargada nos proporciona una visión muy clara para entender muchas de las propiedades del núcleo, especialmente de la fisión nuclear, donde el núcleo se divide en dos partes de tamaño comparable. Tal procedimiento se denomina *modelaje*, mediante el cual tratamos de entender a un sistema complejo, cuyas propiedades no pueden a menudo ser calculadas o entendidas directamente, sobre la base de un sistema físico más sencillo de un comportamiento relativamente similar y cuyas propiedades puedan ser calculadas y luego probadas por medio de la experimentación. El *modelo de la gota de agua del núcleo* ha jugado un papel importante en nuestro entendimiento de los núcleos atómicos, como lo estudiaremos en los capítulos 54 y 55 del texto ampliado.

Problema muestra 5 En el experimento que se muestra en la figura 15*a*, se encuentra que el alambre móvil está en equilibrio cuando la fuerza hacia arriba P es de 3.45×10^{-3} N. El alambre tiene una longitud d de 4.85 cm y una densidad de masa lineal μ de 1.75×10^{-3} kg/m. Halle la tensión superficial del líquido.

Solución A partir de la condición de equilibrio de la figura 15*b*, tenemos

$$\sum F_y = P - F - mg = 0,$$

o

$$F = P - mg.$$

Siendo $F = 2d\gamma$ y $m = \mu d$, obtenemos

$$2d\gamma = P - \mu dg$$

o sea que

$$\gamma = \frac{P - \mu dg}{2d}$$

$$= \frac{3.45 \times 10^{-3}\ \text{N} - (1.75 \times 10^{-3}\ \text{kg/m})(0.0485\ \text{m})(9.80\ \text{m/s}^2)}{2(0.0485\ \text{m})}$$

$$= 0.027\ \text{N/m}. \blacksquare$$

PREGUNTAS

1. Explique cómo es posible que la presión sea una cantidad escalar cuando las fuerzas, que son vectores, pueden producirse por la acción de las presiones.
2. Haga una estimación de la densidad promedio de nuestro cuerpo. Explique un modo por el cual podríamos obtener un valor preciso usando las ideas de este capítulo.

3. En el capítulo 20 aprenderemos que una sobrepresión de sólo 20 PA corresponde al umbral de la sensación de dolor debida a un sonido intenso. Sin embargo, un buceador a 2 m bajo la superficie del agua experimenta una presión mucho mayor que ésta (¿de cuánto?) y no siente dolor. ¿Por qué esta diferencia?

4. Las personas confinadas a una cama tienen menos probabilidades de desarrollar llagas en su cuerpo si usan una cama de agua en lugar de un colchón ordinario. Explique.

5. Explique por qué una persona podría estar sobre una cama de clavos sin sentir dolor.

6. Explique la aseveración "el agua busca su propio nivel".

7. Se vierte agua hasta el mismo nivel en cada uno de los recipientes mostrados en la figura, todos los cuales tienen la misma área en su base (Fig. 17). Si la presión es la misma en el fondo de cada recipiente, la fuerza experimentada por la base de cada recipiente es la misma. ¿Entonces por qué dan los tres recipientes pesos diferentes cuando se les pone en una báscula? Este resultado aparentemente contradictorio es conocido comúnmente como *paradoja hidrostática*.

Figura 17 Pregunta 7.

8. ¿Se cumple el principio de Arquímedes en una vasija en caída libre o en un satélite que se mueva en órbita circular?

9. Una bola esférica hecha de corcho flota medio sumergida en una marmita de té en reposo sobre la Tierra. ¿Flotará, o se hundirá el corcho, a bordo de un navío espacial que (*a*) se desplace libremente en el espacio y (*b*) que se encuentre sobre la superficie de Marte?

10. ¿Cómo trabaja una ventosa (copa de succión)?

11. ¿Tiene la fuerza de flotación sobre un submarino sumergido la misma intensidad a cualquier profundidad?

12. Explique cómo asciende un submarino, cómo se sumerge, y cómo se mantiene a una profundidad fija. ¿Emplean los peces los mismos principios? (Véase "The Buoyancy of Marine Animals", por Eric Denton, *Scientific American*, julio de 1960, pág. 118, y "Submarine Physics", por G. P. Harnwell, *American Journal of Physics*, marzo de 1948, pág. 127).

13. Un trozo de madera flota en una palangana de agua dentro de un elevador. Cuando el elevador parte del reposo y acelera hacia abajo, ¿flotará el trozo de madera más arriba sobre la superficie del agua?

14. Dos cubetas iguales se llenan hasta el borde con agua, pero una tiene un trozo de madera que flota. ¿Cuál de las dos cubetas (acaso) pesa más?

15. Calcule con cierto cuidado la fuerza de flotación que ejerce la atmósfera sobre usted.

16. De acuerdo con el problema muestra 3, el 89.6% de un iceberg se halla sumergido. Sin embargo, ocasionalmente los icebergs se vuelcan, con resultados posiblemente desastrosos sobre un navío cercano. ¿Cómo puede esto suceder considerando que la mayor parte de su masa está bajo el nivel del mar?

17. ¿Podemos hundir a un barco de hierro sifoneando agua de mar hacia dentro de él?

18. Se les advierte a los buceadores con tanques de aire que no contengan la respiración al nadar hacia arriba. ¿Por qué?

19. Una vasija está completamente llena de agua líquida en el punto de congelación y tiene un cubo de hielo que flota, también en el punto de congelación. Al fundirse el cubo, ¿qué le sucede al nivel de agua en estos tres casos: (*a*) el cubo es hielo sólido; (*b*) el cubo contiene algunos granos de arena; y (*c*) el cubo contiene algunas burbujas?

20. Aunque se supone que los paracaídas frenan la caída, suelen diseñarse con un agujero en la parte superior. Explique por qué.

21. Una pelota flota sobre la superficie del agua en un recipiente expuesto a la atmósfera. ¿Permanecerá sumergida la pelota a su profundidad anterior o se hundirá o elevará un poco si (*a*) se tapa el recipiente y se le retira el aire o (*b*) si se tapa el recipiente y se comprime el aire?

22. Explique por qué un globo inflado sólo se elevará hasta una altura limitada una vez que comienza a elevarse, mientras que un submarino se hundirá hasta el lecho mismo del océano una vez que haya comenzado a hundirse, a no ser que se lleve a cabo algún cambio.

23. ¿Por qué un globo pesa lo mismo cuando está vacío que cuando está lleno de aire a la presión atmosférica? ¿Serían los pesos iguales si se pesaran en un vacío?

24. Los recipientes de líquidos tienden a gotear cuando se les eleva en un aeroplano. ¿Por qué? ¿Importa que estén con el lado correcto hacia arriba o no? ¿Importa que estén inicialmente llenos o no?

25. Durante la Segunda Guerra Mundial un carguero dañado que apenas era capaz de flotar en el Mar del Norte se dirigió por el estuario del Támesis hacia los muelles de Londres. Se hundió antes de que pudiera llegar. ¿Por qué?

26. ¿Es verdad que un objeto flotante estará en un equilibrio estable únicamente si su centro de flotación está encima de su centro de gravedad? Ilustre con ejemplos.

27. Los troncos que se descargan verticalmente en un estanque no permanecen verticales, sino que flotan "planos" sobre el agua. Explique.

28. ¿Por qué un barco que se hunde, a menudo se voltea al sumergirse en el agua?

29. Una barcaza llena de chatarra de hierro está en la esclusa de un canal. Si se arroja al hierro por la borda, ¿qué le pasa al nivel de agua de la esclusa? ¿Y qué si se le arroja sobre el terreno al lado del canal?

30. Una cubeta de agua está suspendida de un dinamómetro. ¿Cambiará la lectura del dinamómetro cuando un trozo de hierro suspendido de un cordón se sumerja en el agua? ¿Y cuando se pone en el agua un trozo de corcho?

31. Si se le añade suficiente hierro a un extremo de una viga o de un leño de madera uniforme, ¿flotará verticalmente en lugar de horizontalmente (vea la pregunta 27)? Explique por qué.

32. Aunque existen dificultades prácticas, es posible, en principio, hacer flotar a un trasatlántico en unos cuantos barriles de agua. ¿Cómo emprendería usted esta labor?

33. Una cubeta de agua destapada está sobre un plano sin fricción inclinado a un ángulo α con respecto a la horizontal. Halle la inclinación de equilibrio con la horizontal de la superficie libre del agua cuando (*a*) la cubeta se mantenga en reposo; (*b*) se permita que la cubeta se deslice plano abajo a una velocidad constante ($a = 0$, v = constante); y (*c*) se deslice la cubeta hacia abajo sin restricción (a = constante). ¿Qué pasará si el plano es curvo de modo que $a \neq$ constante?

34. En un barómetro, ¿qué tan importante es que su diámetro interior sea uniforme? ¿Y que el tubo del barómetro esté absolutamente vertical?

35. Un manómetro de tubo abierto tiene un tubo de diámetro igual al doble del otro. Explique cómo afecta esto a la operación del manómetro. ¿Importa cuál de los dos extremos esté conectado a la cámara cuya presión se quiere medir?

36. Hemos considerado a los líquidos bajo compresión. ¿Pueden ser puestos bajo tensión los líquidos? De ser esto posible, ¿se separarán bajo la tensión suficiente como lo hacen los sólidos? (Véase "The Tensile Strength of Liquids", por Robert E. Apfel, *Scientific American*, diciembre de 1972, pág. 58).

37. Explique por qué dos placas de vidrio que contienen una película delgada de agua entre ellas son difíciles de separar por medio de un jalón directo, pero pueden separarse con facilidad deslizándolas.

38. Dé una explicación molecular de por qué la tensión superficial disminuye al aumentar la temperatura.

39. Las películas de jabón son mucho más estables que las películas de agua. ¿Por qué? (Considérese cómo reacciona la tensión superficial al estiramiento.)

40. Explique por qué una película de jabón se revienta al aparecer un orificio pequeño en ella.

41. Explique estas observaciones: (*a*) el agua forma glóbulos sobre una placa engrasada pero no sobre una limpia; (*b*) las burbujas pequeñas en la superficie del agua se unen entre sí.

42. Si el jabón reduce la tensión superficial del agua, ¿por qué soplamos burbujas de jabón en lugar de burbujas de agua?

43. Ciertos insectos pueden caminar sobre el agua. Calcule el peso máximo que puede tener tal insecto y aún sostenerse de este modo.

44. ¿Cuál es la fuente de energía que permite que un fluido se eleve en un tubo capilar (es decir, en un tubo de vidrio hueco y fino)?

45. ¿Qué significa decir que ciertos líquidos pueden ejercer una pequeña presión negativa?

PROBLEMAS

Sección 17-2 Presión y densidad

1. Halle el aumento de presión en el fluido de una jeringa cuando una enfermera aplica una fuerza de 42.3 N al émbolo de la jeringa de 1.12 cm de diámetro.

2. Tres líquidos que no se mezclan se vierten dentro de un recipiente cilíndrico. Las cantidades y densidades de los líquidos son 0.50 L, 2.6 g/cm^3; 0.25 L, 1.0 g/cm^3; y 0.40 L, 0.80 g/cm^3 (L = litro). Halle la fuerza total sobre el fondo del recipiente. (Despréciese la contribución debida a la atmósfera.) ¿Importa que se mezclen los líquidos?

3. La ventana de una oficina tiene 3.43 m por 2.08 m. Como resultado del paso de una tormenta, la presión del aire exterior decae a 0.962 atm, pero en el interior la presión se mantiene en 1.00 atm. ¿Qué fuerza neta empujará a la ventana hacia afuera?

4. Un cubo sólido de cobre tiene un borde de 85.5 cm de longitud. ¿Cuánta presión debe ejercerse para reducir a 85.0 cm la longitud del borde del cubo? El módulo volumétrico del cobre es de 140 GPa.

5. A una caja herméticamente cerrada con una tapa de 12 in^2 de área se le practica un vacío parcial. Si se requiere una fuerza de 108 lb para retirar la tapa de la caja, y la presión atmosférica exterior es de 15 lb/in^2, ¿cuál es la presión dentro de la caja?

6. En 1654 Otto Von Guericke, burgomaestre de Magdeburgo e inventor de la bomba de aire, dio una demostración ante la Dieta imperial en la que dos tiros de caballos no pudieron separar a dos semiesferas de latón al vacío. (*a*) Demuestre que la fuerza F necesaria para separar a las semiesferas es $F = \pi R^2 \Delta p$, donde R es el radio (exterior) de las semiesferas y Δp es la diferencia de presiones dentro y fuera de la esfera (Fig. 18). (*b*) Haciendo que R sea igual a 0.305 m y que la presión interior sea de 0.100 atm, ¿qué fuerza deberían ejercer los tiros de caballos para separar a las semiesferas? (*c*) ¿Por qué se emplearon dos tiros de caballos? ¿No habría demostrado lo mismo un solo grupo de caballos?

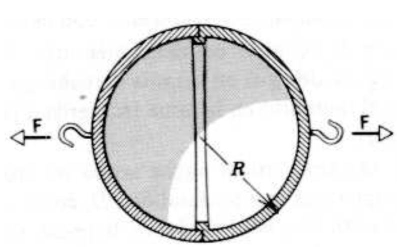


Figura 18 Problema 6.

Sección 17-3 Variación de la presión en un fluido en reposo

7. El pulmón humano funciona contra una diferencial de presión de menos de 0.050 atm. ¿A qué profundidad del nivel del agua puede nadar un buceador que respire por medio de un tubo largo (snorkel)?

8. Calcule la diferencia hidrostática en la presión de la sangre entre el cerebro y los pies de una persona de 1.83 m de altura.

9. Halle la presión total, en pascal, a 118 m bajo la superficie del océano. La densidad del agua de mar es de 1.024 g/cm^3 y la presión atmosférica al nivel del mar es de 1.013×10^5 Pa.

10. Las descargas del drenaje de una casa construida en una pendiente están a 8.16 m por debajo del nivel de la calle. Si el drenaje está a 2.08 m bajo el nivel de la calle, halle la diferencia de presión mínima que debe crear la bomba de drenaje para transferir los desperdicios cuya densidad media es de 926 kg/m^3.

11. La figura 19 muestra el diagrama de fase del carbono, indicando los intervalos de temperatura y de presión en que se cristalizará el carbono como diamante o como grafito. ¿Cuál es la profundidad mínima a la que pueden formarse los diamantes si la temperatura local es de 1000° C y las rocas bajo la superficie tienen una densidad de 3.1 g/cm^3? Suponga que, como en un fluido, la presión se debe al peso del material que está encima.

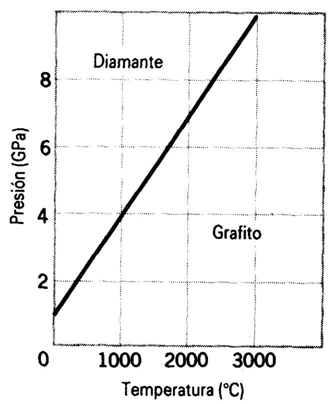


Figura 19 Problema 11.

12. De acuerdo con el modelo de temperatura constante de la atmósfera de la Tierra, ¿cuál es la presión (en atm) a una altitud de 5.00 km, y (*b*) ¿a qué altitud es la presión igual a 0.500 atm? Compare sus respuestas con la figura 5.

13. Un tubo en U sencillo contiene mercurio. Cuando se vierten 11.2 cm de agua en la rama derecha, ¿a qué altura se elevará el mercurio en la rama izquierda a partir de su nivel inicial?

14. Detrás de la cara vertical aguas arriba de una presa se almacena agua con una profundidad *D*, como se muestra en la figura 20. Sea *W* el ancho de la presa. (*a*) Halle la fuerza horizontal resultante ejercida sobre la presa por la presión manométrica del agua y (*b*) la torca neta debida a la presión manométrica del agua ejercida respecto a una línea que pase por *O* paralela al ancho de la presa. (*c*) ¿Dónde está situada la línea de acción de la fuerza resultante equivalente?

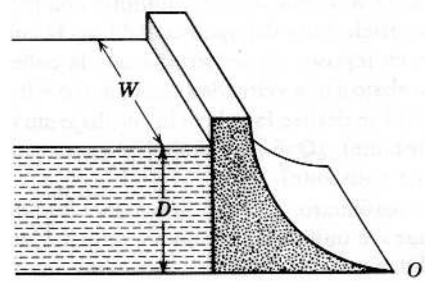


Figura 20 Problema 14.

15. Una alberca tiene las dimensiones de 80 ft × 30.0 ft × 8.0 ft. (*a*) Cuando está llena de agua, ¿cuál es la fuerza (debida al agua únicamente) sobre el fondo? ¿Y sobre los extremos? ¿Y sobre los costados? (*b*) Si se ha preguntado usted si las paredes de concreto se volcarán o no, ¿es apropiado tomar en cuenta para responder a esto la presión atmosférica?

16. ¿Cuál sería la altura de la atmósfera si la densidad del aire (*a*) fuese constante y si (*b*) decreciese linealmente hasta cero con la altura? Suponga una densidad al nivel del mar de 1.21 kg/m^3.

17. Los miembros de una tripulación tratan de escapar de un submarino averiado que está a 112 m bajo la superficie. ¿Cuánta fuerza deberán aplicar contra la escotilla que abre hacia afuera, la cual tiene 1.22 m por 0.590 m, para poder abrirla?

18. Un barril cilíndrico tiene un tubo angosto fijo a la tapa, como se muestra junto con sus dimensiones en la figura 21. El recipiente está lleno de agua hasta la parte superior del tubo. Calcule la razón de la fuerza hidrostática ejercida sobre el fondo del barril y el peso del agua contenida en su interior. ¿Por qué no es igual a uno esta razón? (Despréciese la presencia de la atmósfera.)

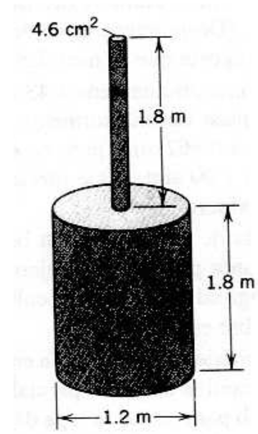


Figura 21 Problema 18.

19. Al analizar ciertas características geológicas de la Tierra, suele ser conveniente suponer que la presión a cierto *nivel de compensación* horizontal, a cierta profundidad en la Tierra, es la misma dentro de una gran región e igual a la ejercida por el peso del material que está encima. Esto es, la presión en el nivel de compensación está dada por la fórmula de la presión hidrostática (fluida). Esto requiere, por ejemplo, que las montañas tengan *raíces* de baja densidad; véase la figura 22. Considere una montaña de 6.00 km de altura. Las rocas continentales tienen una densidad de 2.90 g/cm^3; bajo el continente se encuentra el manto, con una densidad de 3.30 g/cm^3. Calcule la profundidad D de la raíz. (*Sugerencia*: Iguale la presión en los puntos a y b; la profundidad y del nivel de compensación se cancelará.)

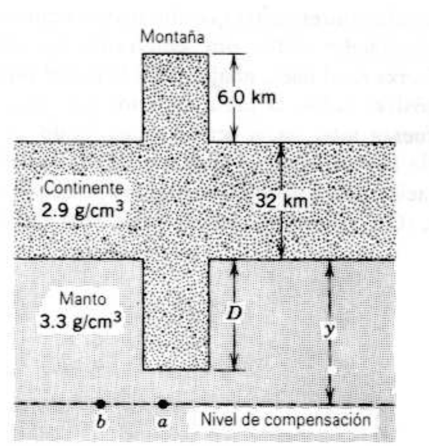


Figura 22 Problema 19.

20. (a) Demuestre que la densidad ρ del agua a una profundidad y en el océano se relaciona con la densidad superficial ρ_s según

$$\rho \approx \rho_s[1 + (\rho_s g/B)y],$$

donde B = 2.2 GPa es el módulo volumétrico del agua. Despréciense las variaciones de la temperatura. (b) ¿En qué fracción excederá la densidad a una profundidad de 4200 m a la densidad de la superficie?

21. Una probeta de 12.0 cm de longitud llena de agua se hace girar en un plano horizontal en una centrífuga a 655 rev/s. Calcule la presión hidrostática en la base exterior de la probeta. El extremo inferior de la probeta está a 5.30 cm del eje de rotación.

22. La superficie de contacto de dos fluidos de densidades diferentes que están en reposo y no se mezclan es horizontal. Demuestre que este resultado general surge (a) del hecho de que la energía potencial de un sistema debe ser mínima en equilibrio estable; (b) del hecho de que en dos puntos cualesquiera en un plano horizontal en cualquiera de los fluidos las presiones son iguales.

23. Dos vasijas cilíndricas idénticas con sus bases al mismo nivel contienen cada una un líquido de densidad ρ. El área de cualquiera de las bases es A, pero en una vasija la altura del líquido es h_1 y en la otra h_2. Halle el trabajo efectuado por la gravedad al igualarse los niveles cuando las dos vasijas se conectan entre sí.

24. Un tubo en U está lleno con un líquido homogéneo. El líquido se presiona temporalmente en uno de los lados por un émbolo. El émbolo se retira y el nivel del líquido en cada lado oscila. Demuestre que el periodo de oscilación es $\pi\sqrt{2L/g}$, donde L es la longitud total del líquido en el tubo.

25. (a) Demuestre que la ecuación 13, la variación de la presión con la altitud en la atmósfera (tomando la temperatura como uniforme), puede escribirse en términos de la densidad ρ como:

$$\rho = \rho_0 e^{-y/a},$$

donde ρ_0 es la densidad en el suelo (y = 0). (b) Suponga que la fuerza de arrastre D debida al aire sobre un objeto que se mueve con una velocidad v está dada por $D = CA\rho v^2$, donde C es una constante, A es el área frontal de la sección transversal del objeto, y ρ es la densidad local del aire. Halle la altitud a la cual la fuerza de arrastre sobre un cohete es máxima si el cohete se lanza verticalmente y se mueve con una aceleración constante hacia arriba a_r.

26. (a) Considere un recipiente de fluido sometido a una aceleración *vertical a hacia arriba*. Demuestre que la variación de la presión con la profundidad en el fluido está dada por

$$p = \rho h(g + a),$$

donde h es la profundidad y ρ es la densidad. (b) Demuestre también que si todo el fluido experimenta una aceleración *vertical a hacia abajo*, la presión a una profundidad h está dada por

$$p = \rho h(g - a).$$

(c) ¿Qué pasa en caída libre?

27. Considere la aceleración horizontal de una masa de líquido en un tanque abierto. Una aceleración de esta clase causa que la superficie del líquido decaiga en el frente del tanque y se eleve en la parte trasera. Demuestre que la superficie del líquido adquiere una pendiente que forma un ángulo θ con la horizontal, donde $\tan \theta = a/g$, siendo a la aceleración horizontal. (b) ¿Cómo varía la presión con h, la profundidad *vertical* bajo la superficie?

28. La tensión en un resorte que mantiene a un bloque sólido bajo la superficie de un líquido (de densidad mayor que el sólido) es T_0 cuando la vasija que lo contiene (Fig. 23) está en reposo. Demuestre que la tensión T, cuando la vasija tenga una aceleración vertical a hacia arriba, está dada por $T_0(1 + a/g)$.

29. (a) Un fluido está girando con una velocidad angular constante ω con respecto al eje vertical central de un recipiente cilíndrico. Demuestre que la variación de la presión en la dirección radial está dada por

$$\frac{dp}{dr} = \rho\omega^2 r.$$

(b) Sea $p = p_c$ en el eje de rotación (r = 0) y demuestre entonces que la presión p en cualquier punto r es

$$p = p_c + \tfrac{1}{2}\rho\omega^2 r^2.$$

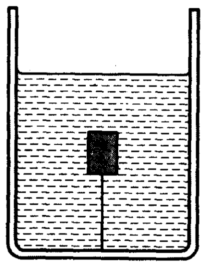


Figura 23 Problema 28.

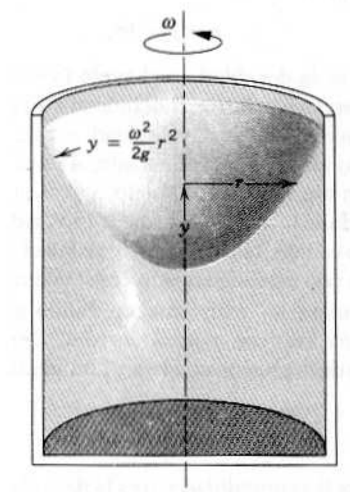


Figura 24 Problema 29.

(*c*) Demuestre que la superficie del líquido tiene la forma de un paraboloide (Fig. 24); es decir, una sección transversal vertical de la superficie es la curva $y = \omega^2 r^2/2g$. (*d*) Demuestre que la variación de la presión con la profundidad es $p = \rho g h$.

Sección 17-4 Principio de Pascal y principio de Arquímedes

30. (*a*) Si el pequeño émbolo de una palanca hidráulica tiene un diámetro de 3.72 cm, y el émbolo grande uno de 51.3 cm, ¿qué peso sobre el émbolo pequeño soportará 18.6 kN (p. ej., un automóvil) sobre el émbolo grande? (*b*) ¿A qué distancia debe moverse el émbolo pequeño para que el automóvil se eleve 1.65 m?

31. Un bote que flota en agua dulce desaloja 35.6 kN de agua. (*a*) ¿Qué peso de agua desalojaría este bote si estuviese flotando en agua salada de 1024 kg/m³ de densidad? (*b*) ¿Cambia el volumen del agua desalojada? Si cambia, ¿en cuánto?

32. Un bloque de madera flota en el agua con 0.646 de su volumen sumergido. En el aceite tiene 0.918 de su volumen sumergido. Halle la densidad (*a*) de la madera y (*b*) del aceite.

33. Un bote de hojalata tiene un volumen total de 1200 cm³ y una masa de 130 g. ¿Cuántos gramos de perdigones de plomo podría contener sin hundirse en el agua? La densidad del plomo es 11.4 g/cm³.

34. Alrededor de una tercera parte del cuerpo de un físico que se halla nadando en el Mar Muerto está sobre el nivel del agua. Suponiendo que la densidad del cuerpo humano sea de 0.98 g/cm³, halle la densidad del agua en el Mar Muerto. ¿Por qué es mucho más grande que 1.0 g/cm³?

35. Suponga que la densidad de unas pesas de latón sea de 8.0 g/cm³ y que la del aire sea de 0.0012 g/cm³. ¿Qué error fraccionario surge de despreciar la flotabilidad del aire al pesar un objeto de 3.4 g/cm³ de densidad en una balanza de brazos?

36. Una pieza de hierro fundido que contiene cierto número de porosidades pesa 6130 N en el aire y 3970 N en el agua. ¿Cuál es el volumen de las porosidades de la pieza de fundición? La densidad del hierro es de 7870 kg/m³.

37. Un objeto cúbico de dimensión $L = 0.608$ m de lado y de peso $W = 4450$ N determinado en el vacío está suspendido de un alambre en un tanque abierto que contiene un líquido de densidad $\rho = 944$ kg/m³, como en la figura 25. (*a*) Halle la fuerza total hacia abajo ejercida por el líquido y por la atmósfera sobre la parte superior del objeto. (*b*) Halle la fuerza total hacia arriba en el fondo del objeto. (*c*) Halle la tensión en el alambre. (*d*) Calcule la fuerza de flotación sobre el objeto usando el principio de Arquímedes. ¿Qué razón existe entre todas estas cantidades?

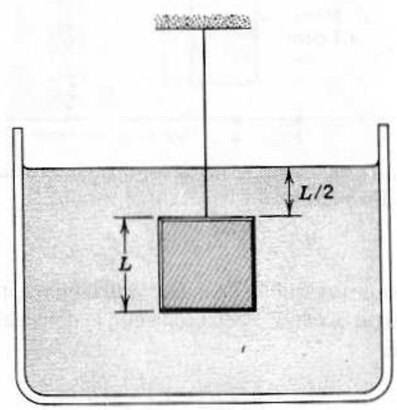


Figura 25 Problema 37.

38. Un pez mantiene su profundidad en el agua salada ajustando el contenido de aire de su hueso poroso o de sus bolsas de aire para hacer que su densidad promedio sea la misma que la del agua. Suponga que el pez tiene una densidad de 1.08 g/cm³ con sus bolsas de aire aplastadas. ¿A qué fracción del volumen de su cuerpo expandido deberá el pez inflar las bolsas de aire para reducir su densidad promedio a la del agua? Suponga que la densidad del aire es de 0.00121 g/cm³.

39. Se ha propuesto un proyecto de traslado de gas natural desde los campos de gas del Mar del Norte en dirigibles enormes, usando el propio gas para proporcionar la fuerza de ascenso. Calcúlese la fuerza necesaria para amarrar al navío aéreo a la tierra para un aterrizaje cuando llegue completamente cargado con 1.17×10^6 m³ de gas con una densidad de 0.796 kg/m³. La densidad del aire es de

1.21 kg/m³. (El peso del navío es despreciable en comparación.)

40. El pequeño dirigible *Columbia* de Goodyear (véase la Fig. 26) está navegando lentamente a baja altitud, lleno como es costumbre de gas helio. Su carga útil máxima, incluyendo la tripulación y la carga, es de 1280 kg. ¿Cuánta carga más podría transportar el *Columbia* si sustituimos el helio por hidrógeno? ¿Por qué no se hace? El volumen del espacio interior ocupado por el helio es de 5000 m³. La densidad del gas helio es de 0.160 kg/m³ y la densidad del hidrógeno es de 0.0810 kg/m³.

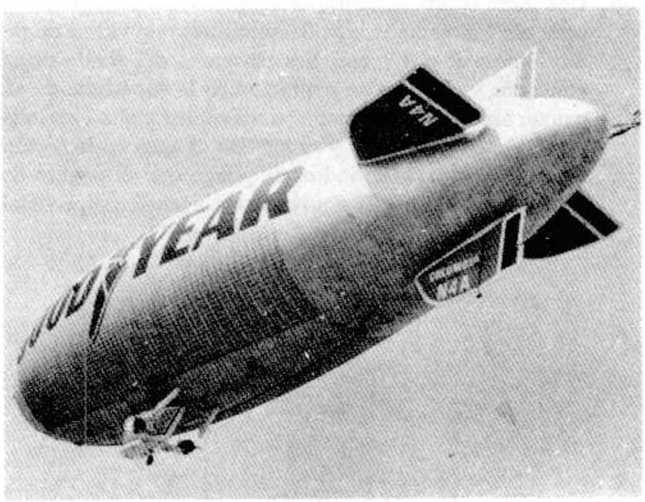


Figura 26 Problema 40.

41. Una esfera hueca de hierro flota casi completamente sumergida en agua; véase la figura 27. El diámetro exterior es de 58.7 cm y la densidad del hierro es de 7.87 g/cm³. Halle el diámetro interior de la esfera.

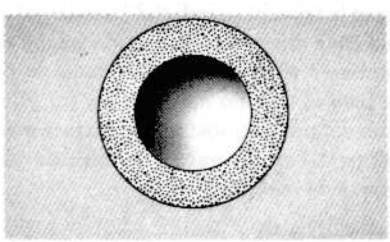


Figura 27 Problema 41.

42. Un bloque de madera tiene una masa de 3.67 kg y una densidad de 594 kg/m³. Va a ser cargado con plomo para que flote en el agua con 0.883 de su volumen sumergido. ¿Qué masa de plomo se necesita (*a*) si el plomo está encima de la madera y (*b*) si el plomo está amarrado debajo de la madera? La densidad del plomo es de 1.14×10^4 kg/m³.

43. Tres niños que pesan 82.4 lb cada uno construyen una balsa enlazando entre sí troncos de 1.05 ft de diámetro y 5.80 ft de longitud. ¿Cuántos troncos se necesitarán para mantenerla a flote? Considere que la densidad de la madera es de 47.3 lb/ft³.

44. (*a*) ¿Cuál es el área mínima de un bloque de hielo de 0.305 m de espesor que flota en el agua para que sostenga encima de sí a un automóvil de 1120 kg de masa? (*b*) ¿Importa dónde esté colocado el automóvil sobre el bloque de hielo? La densidad del hielo es de 917 kg/m³.

45. Un objeto que flota en mercurio tiene una cuarta parte de su volumen sumergida. Si se añade agua suficiente para cubrir al objeto, ¿qué fracción de su volumen permanecerá sumergida en el mercurio?

46. Un leño cilíndrico lleva una carga de plomo en un extremo de modo que flote en posición erecta en el agua, como en la figura 28. La longitud de la parte sumergida es $L = 2.56$ m. El leño es puesto a oscilar verticalmente. (*a*) Demuestre que la oscilación es armónica simple. (*b*) Halle el periodo de la oscilación. Desprecie el hecho de que el agua tiene un efecto amortiguador sobre el movimiento.

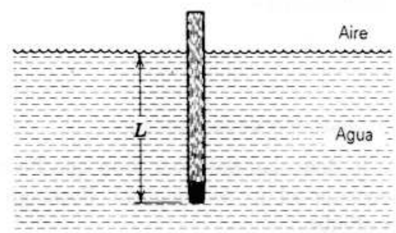


Figura 28 Problema 46.

47. Un automóvil tiene una masa total de 1820 kg. El volumen del espacio de aire del compartimiento de pasajeros es de 4.87 m³. El volumen del motor y de las ruedas frontales es de 0.750 m³, y el volumen de las ruedas traseras, el tanque de gas y la cajuela es 0.810 m³. El agua no puede entrar en estas áreas. El automóvil está estacionado en una colina; el cable del freno de mano se revienta y el automóvil rueda cuesta abajo hasta un lago; véase la figura 29. (*a*) Al principio no entra nada de agua al compartimiento de pasajeros. ¿Qué volumen del automóvil, en metros cúbicos, está bajo la superficie del agua cuando el automóvil flota como se muestra en la figura? (*b*) El automóvil se hunde al entrar el agua lentamente. ¿Cuántos metros cúbicos de agua han entrado al automóvil cuando desaparece bajo la superficie del agua? (El automóvil permanece horizontal debido a una carga pesada en la cajuela.)

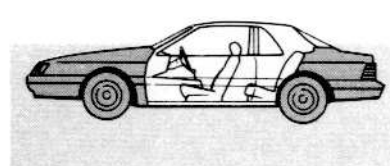


Figura 29 Problema 47.

48. Usted coloca un frasco de vidrio, parcialmente lleno de agua, dentro de una tina (Fig. 30). Tiene una masa de 390 g y un volumen interior de 500 cm^3. Ahora comienza usted a llenar la tina de agua y halla, por experimentación, que si el frasco está lleno a menos de la mitad flotará; pero si está lleno a más de la mitad permanece en el fondo de la tina mientras el agua se eleva hasta su borde. ¿Cuál es la densidad del material de que está hecho el frasco?

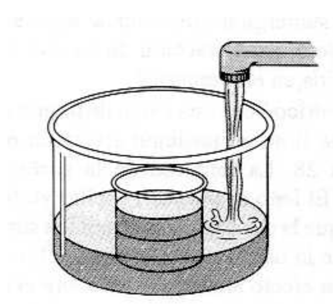


Figura 30 Problema 48.

Sección 17-5 Medición de la presión

49. Calcule la densidad del vino tinto que Pascal usó en su barómetro de 14 m de longitud. Suponga que el vino llenaba el tubo.

50. La presión en la superficie del planeta Venus es de 90 atm (es decir, 90 veces la presión en la superficie de la Tierra). ¿De qué longitud tendría que ser un barómetro de mercurio para medir esta presión? Suponga que el mercurio se mantiene a 0° C.

Sección 17-6 Tensión superficial

51. ¿Cuánta energía está almacenada en la superficie de una burbuja de jabón de 2.1 cm de radio si su tensión superficial es de 4.5×10^{-2} N/m?

52. Una película delgada de agua de 80.0 μm de espesor está emparedada entre dos placas de vidrio y forma una mancha circular de 12.0 cm de radio. Calcule la fuerza normal necesaria para separar a las placas si la tensión superficial del agua es de 0.072 N/m.

53. Al emplear una solución de jabón en la que la tensión superficial es de 0.025 N/m un niño sopla una burbuja de jabón de 1.40 cm de radio. ¿Cuánta energía se usa para estirar la superficie del jabón?

54. La tensión superficial del ^{4}He líquido es de 0.35 mN/m y la densidad líquida es de 145 kg/m^3. Estime (*a*) el número de átomos/m^2 de superficie y (*b*) la energía por enlace, en eV, en el líquido a esta temperatura. La masa de un átomo de helio es de 6.64×10^{-27} kg. Imagine a cada átomo como un cubo y suponga que cada átomo interactúa únicamente con sus cuatro vecinos más cercanos.

55. Demuestre que la diferencia de presión entre el interior y el exterior de una burbuja de radio r es $4\,\gamma/r$, donde γ es la tensión superficial del líquido con el cual ha sido soplada la burbuja.

56. Una barra sólida de vidrio de radio r = 1.3 cm está colocada coaxialmente dentro de un cilindro de vidrio de radio interno R = 1.7 cm. Sus extremos del fondo están alineados y situados en contacto con la superficie de un tanque abierto de agua y perpendiculares a ella (véase la Fig. 31). ¿A qué altura y se elevará el agua en la región entre la barra y el cilindro? Suponga que el ángulo de contacto sea 0° y use 72.8 mN/m para la tensión superficial del agua.

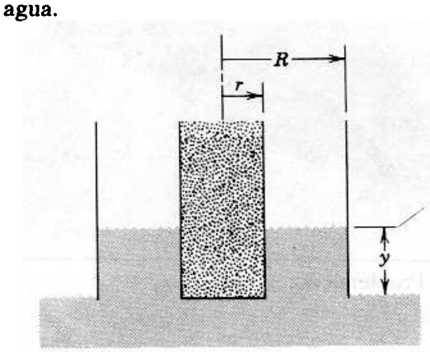


Figura 31 Problema 56.

57. Una burbuja de jabón en el aire tiene un radio de 3.20 cm. Se la sopla luego hasta un radio de 5.80 cm. Use 26.0 mN/m para la tensión superficial (constante) de la burbuja. (*a*) ¿Cuál es la diferencia de presión inicial en la película de la burbuja? (*b*) Halle la diferencia de presión en la película para el tamaño más grande. (*c*) ¿Cuánto trabajo se efectuó contra la atmósfera para hacer más grande a la burbuja? (*d*) ¿Cuánto trabajo se efectuó para estirar la superficie de la burbuja?