Guia 1

(La finalidad de la guia es orientar acerca del desarrollo de la clase, es decir se presenta una síntesis de lo desarrollado en clase, en modo alguno sustituye la clase o bibliografia de estudio)

Nociones intuitivas de Teoría de Conjuntos

Si analizamos casi cualquier proposición matemática encontraremos que ellas se estructuran alrededor de conceptos elementales de la teoría de conjuntos y que además utilizan la notación conjuntista para registrarlos.

Lejos de la fundamentación axiomática de la teoría de conjuntos nos interesa estudiar las nociones más elementales de los conjuntos, sus operaciones y propiedades más importantes. Por lo mismo, partiremos de ideas muy intuitivas y de definiciones básicas.

Tomaremos como conceptos primitivos: conjunto, elemento y pertenecer. Para designar los conjuntos utilizaremos letras mayúsculas (A, B, C ...) y los elementos con minúsculas (a, b, c, ...,x, y, z). Utilizaremos la notación $x \in S$ para indicar que x es un elemento de S o que x pertenece a S . Si x no pertenece a S escribimos $x \notin S$

Tenemos dos formas de determinar un conjunto [1] por extensión o por comprensión.

Por extensión, se nombran todos y cada uno de sus elementos.

Por comprensión, se da una propiedad que caracteriza al conjunto; en el sentido de que todo elemento del conjunto verifica la propiedad y recíprocamente todo elemento que verifica la propiedad pertenece al conjunto.

Relaciones entre conjuntos

Definición 1. ***(Igualdad de conjuntos)*** *Dos conjuntos son iguales si y solo si tienen los mismos elementos.*

Es decir,

$$A = B \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in A \rightarrow x \in B \\ \quad\quad y \\ \forall x \in B \rightarrow x \in A \end{cases}$$

Definición 2. ***(Inclusión. Subconjunto)*** *Decimos que un conjunto A está incluido o es un subconjunto de un conjunto B si y solo si todo elemento de A es también elemento de B. Notación $A \subseteq B$*

[1] Entendemos por determinar brindar un criterio que nos permita sin ambigüedad decidir si un elemento dado pertenece o no al conjunto.

Sintéticamente $A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B)$

Observación 1. $A = B$ *si y sólo si* $A \subseteq B$ *y* $B \subseteq A$

Observación 2. *Todo conjunto es subconjunto de sí mismo* $(A \subseteq A)$

Definición 3. ***(Inclusión estricta)*** *Decimos que el conjunto* A *está estrictamente incluido o es un subconjunto propio del conjunto* B *si y sólo si* $A \subseteq B$ *y* $A \neq B$*. Anotamos* $A \subset B$

Definición 4. ***(Conjunto vacío)*** *Un conjunto que no contenga elementos se llama conjunto vacío. Existe un único conjunto vacío que por otra parte es subconjunto de cualquier conjunto. Se lo designa simplemente con el símbolo* $\emptyset$

Operaciones con conjuntos

Definición 5. ***(Unión)****Dados* A *y* B *subconjuntos de* S *se denomina* A *unión* B *y anotamos* $A \cup B$*, al conjunto formado por los elementos que pertenecen a* A *y/o a* B*.*

$$A \cup B = \{x \in S / x \in A \quad o \quad x \in B\}$$

Definición 6. ***(Intersección)****)Dados* A *y* B *subconjuntos de* S *se denomina* A *intersección* B *y anotamos* $A \cap B$*, al conjunto formado por los elementos que pertenecen a* A *y a* B

$$A \cap B = \{x \in S / x \in A \quad y \quad x \in B\}$$

Definición 7. ***(Diferencia)****Dados los conjuntos* A *y* B*, llamamos diferencia* A *menos* B *al conjunto formado por los elementos de* A *que no pertenecen a* B*. NOtación* $A - B$

$$A - B = \{x \in A / x \notin B\}$$

Definición 8. ***(Complemento)****Dados* A *y* S *dos conjuntos tales que* $A \subseteq S$*, denominamos complemento de* A *con respecto a* S *a la diferencia* $S - A$*. Notación* A_S^C

$$A_S^C = S - A = \{x \in S / x \notin A\}$$

En el caso de que se desprenda del contexto cual es el conjunto de referencia, S, se simplifica la notación escribiendo solamente A^C.

Propiedades de las operaciones con conjuntos.

$A \cup A = A$	$A \cup \emptyset = A$	$B \subseteq (A \cup B)$
$A \cup B = B \cup A$	$A \subseteq (A \cup B)$	Si $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$

$A \cap A = A$

$A \cap B = B \cap A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$(A \cap B) \subseteq A$

$(A \cap B) \subseteq B$

Si $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$

$A - A = \emptyset$

$A - \emptyset = A$

$\emptyset - A = \emptyset$

$A - (B \cup C) = (A - B) - C$

Bibliografia utilizada en la elaboración de la guia:

Apostol, Tom M. «Calculos» Volumen 1. Reverté