

CURE Rocha

Nota:

Tecnólogo en Telecomunicaciones

Unidad curricular: Matemática 2

Nombre y CI: \_\_\_\_\_

---

## Examen

17/12/2019

---

El examen tiene una duración de 3:30 horas y un total de 100 puntos, se aprueba con al menos 60 puntos. No se puede utilizar ni material ni calculadora. Se deben justificar formalmente todas las respuestas. Éxitos!

### Ejercicio 1 (30%)

1.) Sean  $A$  y  $B \in \mathcal{M}_{n \times m}$  con  $n, m \in \mathbb{N}$ , siendo  $A$  invertible. Demostrar que:

(a)  $tr(A * B) = tr(B * A)$

(b)  $(A + B)^t = A^t + B^t$

(c)  $(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$

2.) Hallar  $A^{-1}$  siendo

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

3.) Sabiendo que

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & y \end{vmatrix} = 6 \quad (2)$$

Calcular

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d + 5a & e + 5b & f + 5c \\ 3d - g & 3e - h & 3f - y \end{vmatrix} \quad (3)$$

4.) Para el siguiente sistema de ecuaciones, encuentre qué condición deben cumplir  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que el

$$\text{sistema sea incompatible.} \quad \begin{cases} 3x - y + 2z = a \\ 3x + 2y - z = b \\ 4x - 3y - 3z = c \end{cases}$$

### Ejercicio 2 (35%)

1.) Dados los vectores  $u = (1, 0, 1, 0)$  y  $v = (0, 2, 2, 1)$ , calcular  $\|u\|$ ,  $\|v\|$ , y el coseno del ángulo entre ellos.

2.) Definir producto vectorial entre dos vectores de  $\mathbb{R}^3$ , enunciar tres propiedades del mismo y verifíquelas con los vectores  $v_1 = (1, 2, 3)$ ,  $v_2 = (2, 0, -1)$ .

3.) Determine si las siguientes rectas  $\in \mathbb{R}^3$  definidas por las siguientes ecuaciones, con  $\lambda \in \mathbb{R}$  son perpendiculares.

$$\begin{cases} x = 3 + 4\lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - 6z - 5 = 0 \\ 3x - 4y - 5z + 8 = 0 \end{cases}$$

4.) Hallar las ecuaciones paramétricas y reducida del plano que pasa por el punto  $P = (1, 2, 1)$ , es perpendicular al plano  $\pi : 3x + y - 2z - 8 = 0$  y paralelo a la recta  $r : \begin{cases} x = z + 1 \\ y = z \end{cases}$

### Ejercicio 3 (35%)

1.) Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  y  $a \in \mathbb{R}^2$  definir derivada parcial para  $f$  según  $x$  en  $a$ . Calcule las derivadas parciales de  $g(x, y) = x^2 + y^2$  según  $x$  y según  $y \forall a \in \mathbb{R}^2$ .

2.) Estudiar máximos y mínimos de  $g(x, y) = 3x^2 + 2y^2$ , sin realizar nuevos cálculos obtenga los máximos y mínimos de  $g(x, y) = -3x^2 - 2y^2$ . Justifique.

3.) Halle los puntos críticos de  $f(x, y) = e^{2x - x^2 + y^2}$ . Clasifíquelos.